

Gymnázium Christiana Dopplera, Zborovská 45, Praha 5

ROČNÍKOVÁ PRÁCE
Polopravidelné mnohostěny

Vypracovala: Lucie Kocourková

Třída: 4. C

Školní rok: 2014/2015

Seminář : Deskriptivní geometrie

Prohlašuji, že jsem svou ročníkovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím s využíváním práce na Gymnáziu Christiana Dopplera pro studijní účely.

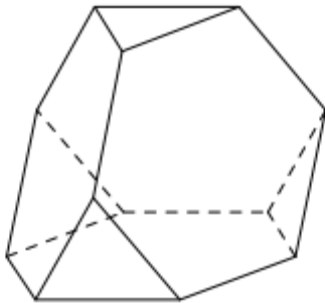
V Praze dne 24. února 2015
Lucie Kocourková

1 Úvod	strana 3
2.1 Osekaný čtyřstěn	strana 4
2.2 Osekaná krychle	strana 5
2.3 Osekaný osmistěn	strana 6
2.4 Osekaný dvanáctistěn	strana 7
2.5 Osekaný dvacetistěn	strana 8
2.6 Kuboktaedr	strana 9
2.7 Ikosododekaedr	strana 10
2.8 Rombokuboktaedr	strana 11
2.9 Pseudorombokuboktaedr	strana 12
2.10 Osekaný kuboktaedr	strana 13
2.11 Romboikosododekaedr	strana 14
2.12 Otupená krychle	strana 16
2.13 Otupený dvanáctistěn	strana 17
2.14 Osekaný ikosododekaedr	strana 18
2.15 Prisma	strana 20
2.16 Antiprisma	strana 21
3. Závěr	strana 22
4. Zdroje	strana 23

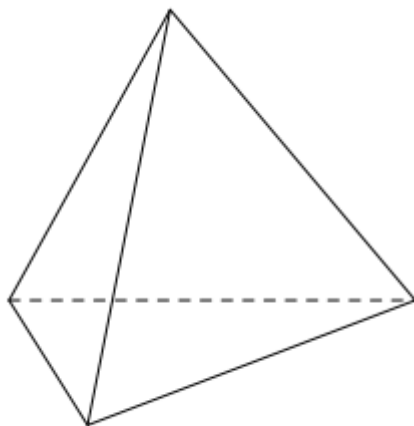
Definice: Poloprávdelným mnohostěnem rozumíme konvexní mnohostěn, který není pravidelný a jehož všechny stěny jsou pravidelné mnohoúhelníky dvou, tří nebo čtyř typů, které se v každém vrcholu stýkají stejným způsobem (tj. v každém vrcholu se setkává ve stejném pořadí stejný počet stěn téhož typu). Vrcholy v poloprávdelných mnohostěnech jsou navzájem shodné a lze je vzájemně převádět jeden na druhý.

Existuje šestnáct typů poloprávdelných mnohostěňů:

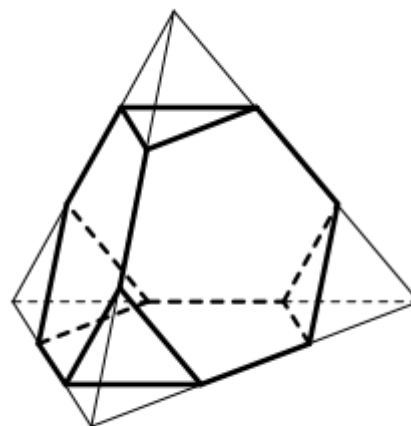
- Osekaný čtyřstěn
- Osekaná krychle
- Osekaný osmistěn
- Osekaný dvanáctistěn
- Osekaný dvacetistěn
- Kuboktaedr
- Ikosododekaedr
- Rombokuboktaedr
- Pseudorombokuboktaedr
- Osekanýkuboktaedr
- Romboikosododekaedr
- Otupená krychle
- Otupený dvanáctistěn
- Osekanýikosododekaedr
- Prisma
- Antiprisma

Kapitola 1: Osekaný čtyřstěn

- 2 Anglický název: Truncatedtetrahedron
- 3 12 vrcholů
8 stěn
18 hran
- 4 Stěny: 4 rovnostranné trojúhelníky
4 pravidelné šestiúhelníky



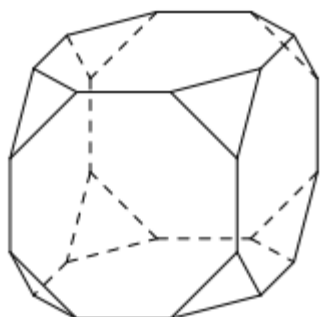
Čtyřstěn



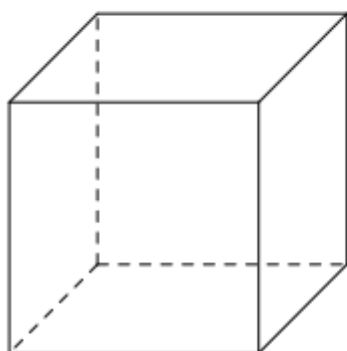
Vznik ze čtyřstěnu

Uspořádání ve vrcholu osekaného čtyřstěnu je (3, 6, 6), tj. v jednom vrcholu se setkává trojúhelník a dva pravidelné šestiúhelníky.

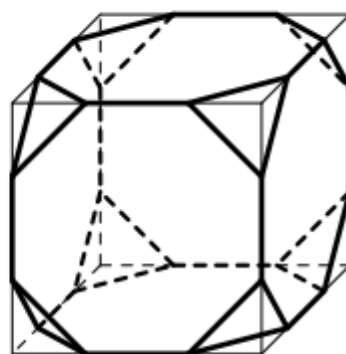
Konstrukce: Nejdříve si rozdělíme každou hranu na tři stejné díly. Vedeme řez vždy body na hranách, které mají od toho stejného vrcholu vzdálenost rovnu jedné třetině hrany. Každým takovým řezem je rovnostranný trojúhelník, který tvoří jednu stěnu nového tělesa.

Kapitola 2: Osekaná krychle

- 5 Anglický název: Truncatedcube
- 6 24 vrcholů
 - 14 stěn
 - 36 hran
- 7 Stěny: 8 rovnostranných trojúhelníků
6 pravidelných osmiúhelníků



Krychle

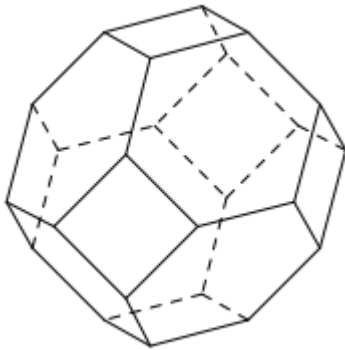


Vznik z krychle

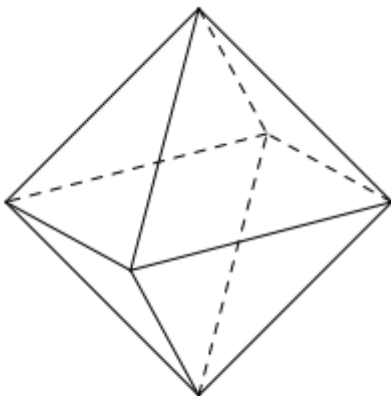
Uspořádání ve vrcholu osekané krychle je (3, 8, 8), tj. v jednom vrcholu se setkává rovnostranný trojúhelník a dva pravidelné osmiúhelníky

Konstrukce: Těleso vznikne useknutím vrcholů krychle. Musíme odseknout právě takovou část každé hrany, aby ze čtvercových stěn krychle vznikly pravidelné osmiúhelníky. Následně vedeme řez vždy body na hranách, které mají od toho stejného vrcholu tuto vzdálenost. Každým takovým řezem je rovnostranný trojúhelník, který tvoří jednu stěnu nového tělesa

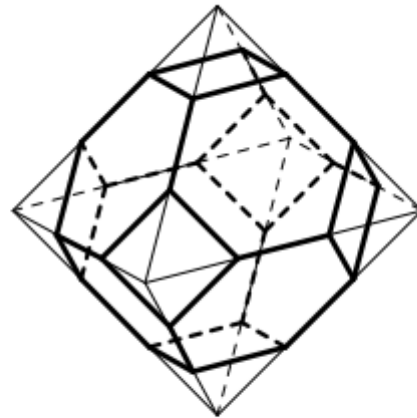
Kapitola 3: Osekaný osmistěn



- 8 Anglický název: Truncatedoctahedron
 9 24 vrcholů
 14 stěn
 36 hran
 10 Stěny: 6 čtverců
 8 pravidelných šestiúhelníků



Osmistěn

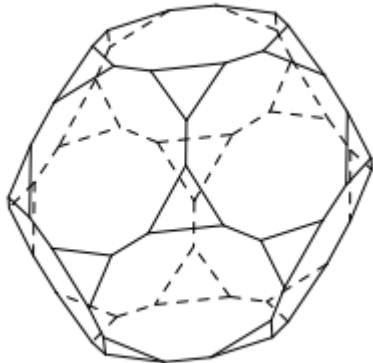


Vznik z osmistěnu

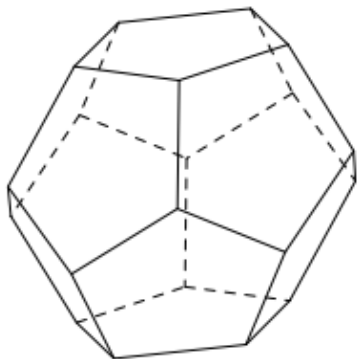
Uspořádání ve vrcholu osekaného osmistěnu je (4, 6, 6), tj. v jednom vrcholu se potkává čtverec a dva pravidelné šestiúhelníky.

Konstrukce: Těleso vznikne useknutím pravidelného osmistěnu. Nejdříve si rozdělíme každou hranu na tři stejné díly. Vedeme následně řez vždy body na hranách, které mají od toho stejného vrcholu vzdálenost rovnu jedné třetině celé hrany. Každým takovým řezem je čtverec, který tvoří jednu stěnu nového tělesa.

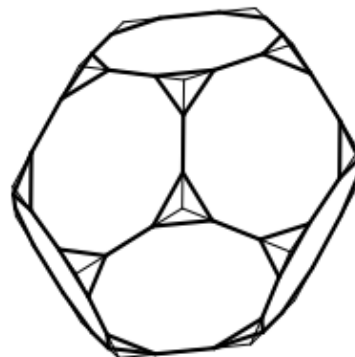
Kapitola 4: Osekaný dvanáctistěn



- 11 Anglický název: Truncateddodecahedron
 12 60 vrcholů
 32 stěn
 90 hran
 13 Stěny: 20 rovnostranných trojúhelníků
 12 pravidelných desetiúhelníků



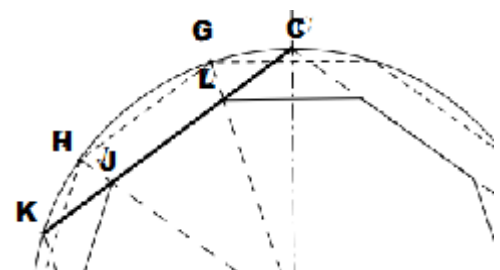
Dvanáctistěn



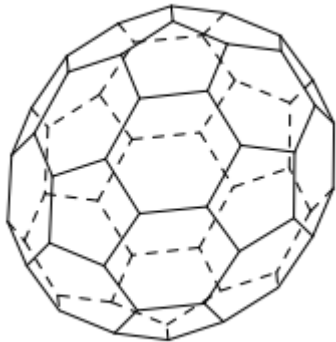
Vznik z dvanáctistěnu

Uspořádání ve vrcholu osekaného dvanáctistěnu je $(3, 10, 10)$, tj. v jednom vrcholu se setkává rovnostranný trojúhelník a dva pravidelné desetiúhelníky.

Konstrukce: Těleso vznikne z pravidelného dvanáctistěnu odseknutím jeho vrcholů. Odsekne dvanáct pravidelných trojbokých jehlanůtak, aby z každého pětiúhelníku vznikl pravidelný desetiúhelník. Rozdělíme si každou hranu na tři díly v poměru $|KJ| : |JL| : |LC|$. Vedeme následně řez vždy body na hranách, které mají od toho stejného vrcholu vzdálenost rovnu poměru $|LC| : |KC|$. Každým takovým řezem je rovnostranný trojúhelník, který tvoří jednu stěnu nového tělesa.



Kapitola 5: Osekaný dvacetistěn



14 Anglický název: Truncatedicosahedron

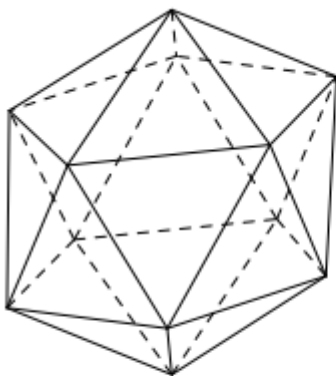
15 60 vrcholů

32 stěn

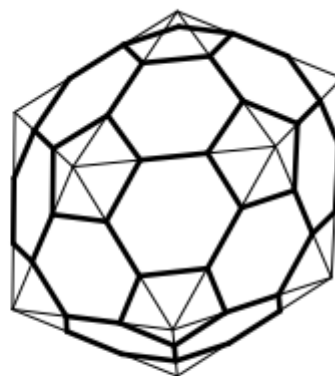
90 hran

16 Stěny: 12 pravidelných pětiúhelníků

20 pravidelných šestiúhelníků



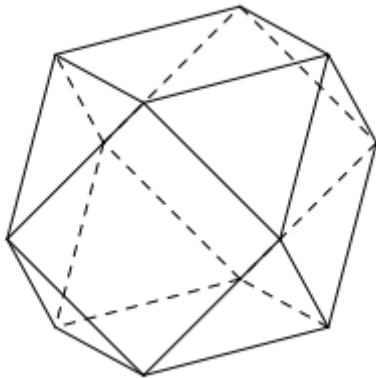
Dvacetistěn



Vznik z dvacetistěnu

Uspořádání ve vrcholu osekaného dvacetistěnu je $(5, 6, 6)$, tj. v jednom vrcholu se potkává pravidelný pětiúhelník a dva pravidelné šestiúhelníky.

Konstrukce: Těleso vznikne useknutím vrcholů pravidelného dvacetistěnu. Nejdříve si rozdělíme každou hranu na tři stejné díly. Vedeme následně řez vždy body na hranách, které mají od toho stejného vrcholu vzdálenost rovnu jedné třetině celé hrany. Každým takovým řezem je rovnostranný trojúhelník, který tvoří jednu stěnu nového tělesa.

Kapitola 6: Kuboktaedr

17 Anglický název: Cuboctahedron

18 12 vrcholů

14 stěn

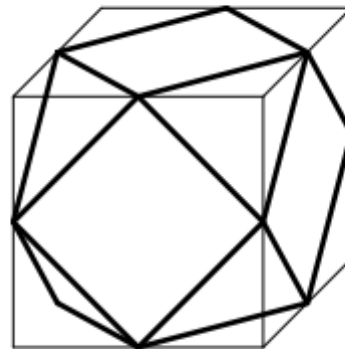
24 hran

19 Stěny: 6 čtverců

8 rovnostranných trojúhelníků



Vznik z osmistěnu

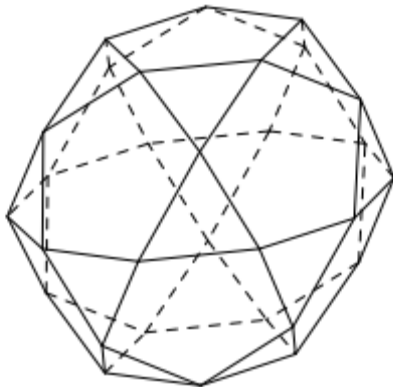


Vznik z krychle

Uspořádání ve vrcholu kuboktaedru je (3, 4, 3, 4), tj. v jednom vrcholu se setkávají dva rovnostranné trojúhelníky, dva čtverce a pravidelně se střídají.

Konstrukce z osmistěnu: Najdeme středy hran a ty sousední spojíme. Z původních stěn dostaneme rovnostranné trojúhelníky a místo každého vrcholu osmistěnu obdržíme čtvercovou stěnu.

Konstrukce z krychle: Najdeme středy všech hran krychle. Spojením středů sousedních hran dostaneme z původní čtvercové stěny opět čtverec, a místo každého vrcholu krychle obdržíme rovnostranný trojúhelník.

Kapitola 7: Ikosododekaedr

20 Anglický název: Icosidodecahedron

21 30 vrcholů

32 stěn

60 hran

22 Stěny: 12 pravidelných pětiúhelníků

20 rovnostranných trojúhelníků



Vznik z dvacetistěnu

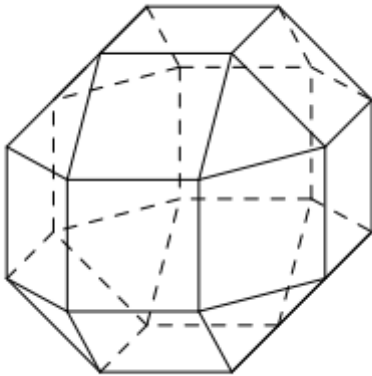


Vznik z dvanáctistěnu

Uspořádání ve vrcholu ikosododekaedru je $(3, 5, 3, 5)$, tj. v jednom vrcholu se potkávají dva rovnostranné trojúhelníky, dva pravidelné pětiúhelníky a pravidelně se střídají.

Konstrukce z dvacetistěnu: Najdeme středy jeho hran a ty sousední spojit novou hranou. Z původních stěn dostaneme opět rovnostranné trojúhelníky, a místo každého vrcholu dvanáctistěnu obdržíme pravidelný pětiúhelník.

Konstrukce z dvanáctistěnu: Najdeme středy hran a ty sousední spojíme. Z původních stěn dostaneme opět pravidelné pětiúhelníky, a místo každého vrcholu dvanáctistěnu obdržíme rovnostranný trojúhelník.

Kapitola 8: Rombokuboktaedr

23 Anglický název: Rhombicuboctahedron

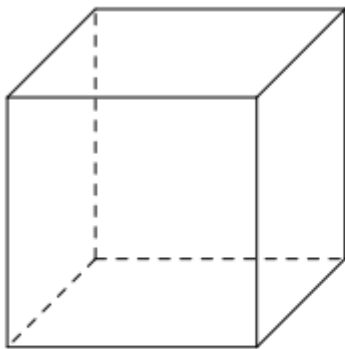
24 24 vrcholů

26 stěn

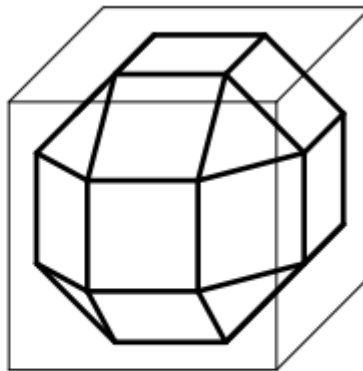
48 hran

25 Stěny: 8 rovnostranných trojúhelníků

18 čtverců



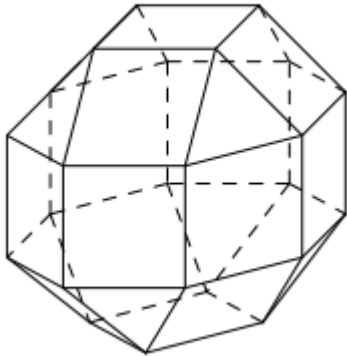
Krychle



Vznik z krychle

Uspořádání ve vrcholu rombokuboktaedru je (3, 4, 4, 4), tj. v jednom vrcholu se potkává rovnostranný trojúhelník a tři čtverce.

Konstrukce: Těleso vznikne vhodným osekáním vrcholů a hran krychle. Musíme odseknout právě takovou část každé hrany, aby ze čtvercových stěn krychle vznikly menší čtverce. Jedná se o pravidelná osmiúhelník vepsaný do čtverce stejně jako u osekané krychle.

Kapitola 9: Pseudorombokuboktaedr

26 Anglický název: Pseudorhombicuboctahedron

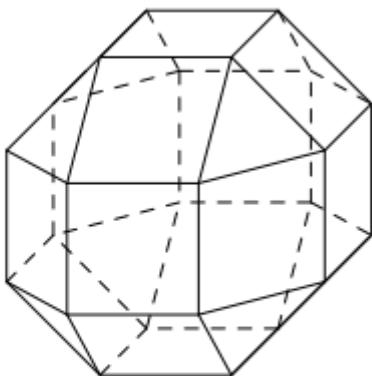
27 24 vrcholů

26 stěn

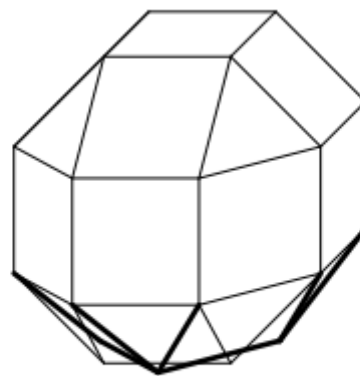
48 hran

28 Stěny: 8 rovnostranných trojúhelníků

18 čtverců



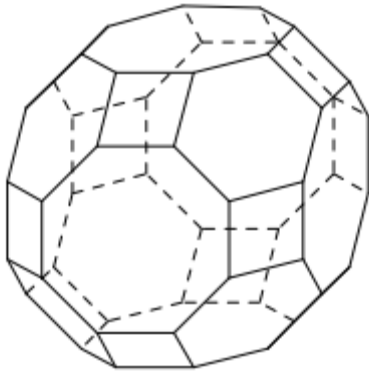
11.1.1 Rombokuboktaedr



11.1.2 Vznik z rombokuboktaedru

Konstrukce: Pseudorombokuboktaedr získáme z rombokuboktaedru. Jednu podstavu spolu s přilehlými stěnami otočíme o 45 stupňů, to znamená, že počet vrcholů, stěn a hran bude stejný jako u rombokuboktaedru.

Kapitola 10: Osekaný kuboktaedr



29 Anglický název: Truncatedcuboctahedron

30 48 vrcholů

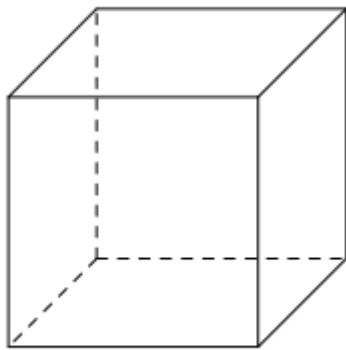
26 stěn

72 hran

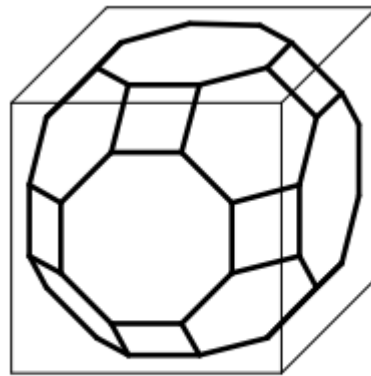
31 Stěny: 12 čtverců

8 pravidelných šestiúhelníků

6 pravidelných osmiúhelníků



Krychle

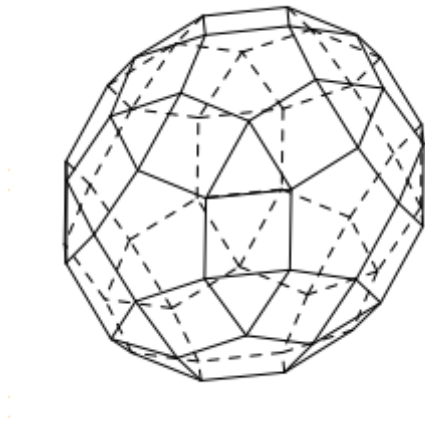


Vznik z krychle

Uspořádání ve vrcholu osekaného kuboktaedru je (4, 6, 8), tj. v jednom vrcholu se potkává čtverec, pravidelný šestiúhelník a pravidelný osmiúhelník.

Konstrukce: Těleso vznikne z krychle osekáním vrcholů a poté osekáním hran původní krychle. Řezem je osmiúhelník se stranami délky \sqrt{x} a $2x$.

Kapitola 11: Romboikosododekaedr



32 Anglický název: Rhombicosidodecahedron

33 60 vrcholů

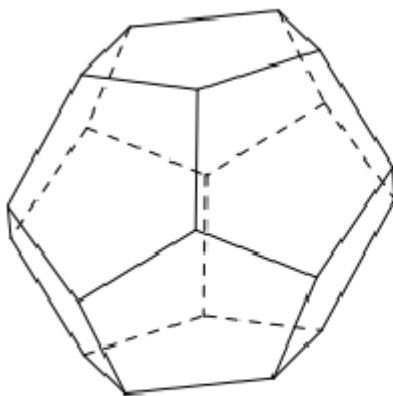
62 stěn

120 hran

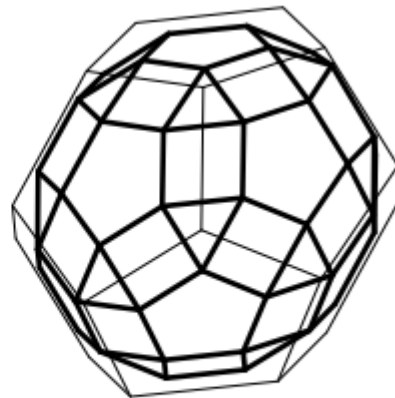
34 Stěny: 20 rovnostranných trojúhelníků

30 čtverců

12 pravidelných pětiúhelníků



Dvanáctistěn



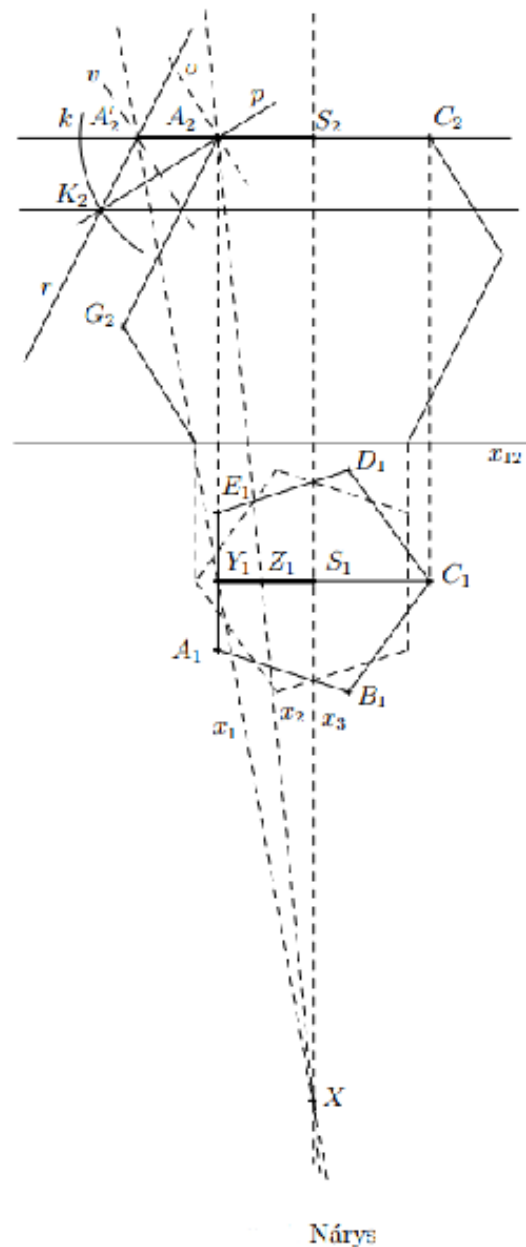
Vznik z dvanáctistěnu

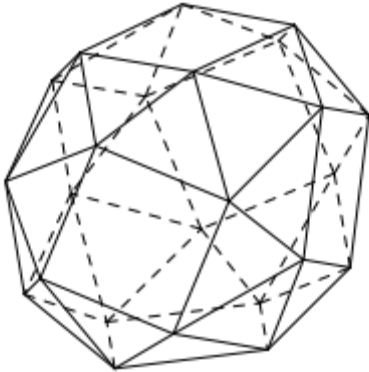
Uspořádání ve vrcholu romboikosododekaedru je (3, 4, 5, 4), tj. v jednom vrcholu se potkává rovnostranný trojúhelník, dva čtverce a pravidelný pětiúhelník.

Konstrukce: Velikost menšího pětiúhelníku zjistíme z Mongeovy projekce. Vezmeme si nárys dvanáctistěnu, který se snažíme ořezat. Pětiúhelník horní podstavy budeme považovat za stěnu romboikosododekaedru a snažíme se sestrojít stranu původního dvanáctistěnu. Tím najdeme poměr délek hran dvanáctistěnu a romboikosododekaedru. Máme dán pětiúhelník ABCDE, v náryse nám splyne do úsečky A2C2, což je zároveň skutečná výška pětiúhelníku. Další stěna

romboikosododekaedru procházející úsečkou AE je čtverec AEKL, který se nám v naryse zobrazí do úsečky A₂K₂ délky strany pětiúhelníku ABCDE (a). Sestrojíme v naryse kružnici k se středem A₂ a poloměrem a. Uvažujeme stranu A₀E₀ většího pětiúhelníku (stěna neořezaného dvanáctistěnu), která se nám v naryse promítá do bodu A₀ 2. Vzdálenost úsečky AE i KL od hrany A₀E₀ je stejná, všechny tyto tři úsečky jsou kolmé k narysně, takže vytvoří rovnoramenný trojúhelník K₂A₂A₀ 2 s hlavním vrcholem A₀ 2 a vnitřním úhlem shodným s úhlem G₂A₂C₂ při tomto vrcholu.

Výškatrojúhelníku A₂K₂A₀ 2 je rovnoběžná s osou úhlu G₂A₂C₂, to znamená, že základna tohoto trojúhelníku je kolmá na osu úhlu a prochází bodem A₂. Sestrojíme tedy osu o úhlu G₂A₂C₂. Na ni vedeme kolmici p. Průsečík přímky p a kružnice k je hledaný bod K₂, průmětúsečky KL strany čtverce. Sestrojímetrojúhelník A₀ 2A₂K₂. V narysevidíme na úsečce A₀ 2S₂ poměrvzdálenostistředu obou pětiúhelníků k patámvýšek stran |S₂A₀ 2| : |S₂A₂|.



Kapitola 12: Otupená krychle

35 Anglický název: Snub cube

36 24 vrcholů

38 stěn

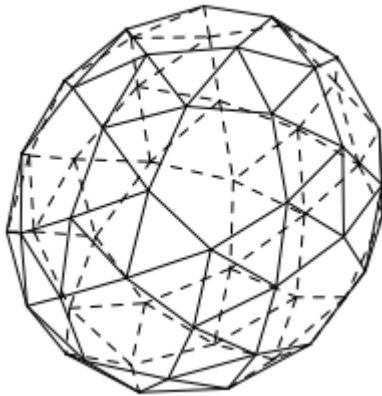
60 hran

37 Stěny: 32 pravidelných trojúhelníků

6 čtverců

Uspořádání ve vrcholu otupené krychle je $(3, 3, 3, 3, 4)$, tj. v jednom vrcholu se potkávají čtyři rovnostranné trojúhelníky a čtverec.

Konstrukce: Otupená krychle patří mezi tělesa, jejichž průmět nelze sestavit euklidovskými konstrukcemi.

Kapitola 13: Otupený dvanáctistěn

38 Anglický název: Snub dodecahedron

39 60 vrcholů

92 stěn

150 hran

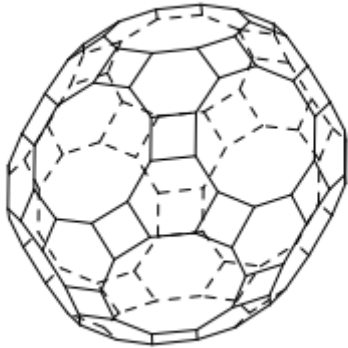
40 Stěny: 80 rovnostranných trojúhelníků

12 pravidelných pětiúhelníků

Uspořádání ve vrcholu otupeného dvanáctistěnu je $(3, 3, 3, 3, 5)$, tj. v jednom vrcholu se setkávají čtyřirovnostranné trojúhelníky a pravidelný pětiúhelník.

Konstrukce: Otupený dvanáctistěn je druhým z polopravidelných mnohostěnů, jejichž konstrukci neumíme.

Kapitola 14: Osekaný ikosododekaedr



41 Anglický název: Truncatedicosidodecahedron

42 120 vrcholů

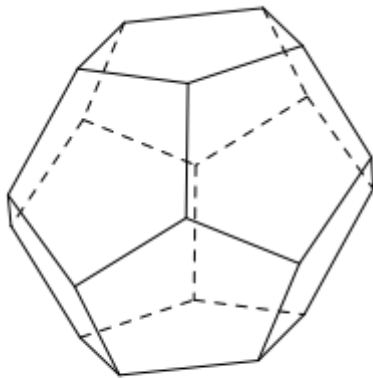
62 stěn

180 hran

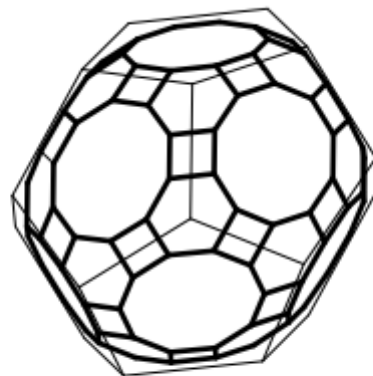
43 Stěny: 30 čtverců

20 pravidelných šestiúhelníků

10 pravidelných desetiúhelníků



Dvanáctistěn

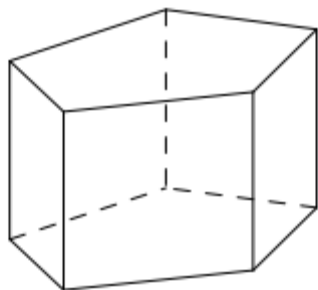


Vznik z dvanáctistěnu

Uspořádaní ve vrcholu osekaného ikosododekaedru je (4, 6, 10), tj. v jednom vrcholu se setkává čtverec, pravidelný šestiúhelník a pravidelný desetiúhelník.

Konstrukce: Velikost pravidelného desetiúhelníku zjistíme z Mongeovy projekce. Vezmeme si nárys dvanáctistěnu, který se snažíme ořezat. Do pravidelného pětiúhelníku horní podstavy vepíšeme pravidelný desetiúhelník tak, aby každá druhá strana desetiúhelníku splývala se stranou pětiúhelníku. Tento desetiúhelník budeme považovat za stěnu osekaného ikosododekaedru a snažíme se sestrojít délku hrany původního neořezaného dvanáctistěnu. Tím najdeme poměr délek hran dvanáctistěnu a osekaného ikosododekaedru. Máme dvanáctistěnu A – J, v

nárysesplyne do úsečky B₂G₂. Další stěna osekaného ikosododekaedru procházející úsečkou BC je čtverec BCKL, který se v náryse zobrazí do úsečky B₂K₂ délky strany desetiúhelníku A – J (a). Sestrojíme v náryse kružnici k se středem B₂ a poloměrem a. Uvažujeme stranu B₀C₀ pravidelného pětiúhelníku (stěna neořezaného dvanáctistěnu), která se v náryse promítá do bodu B₀ 2 = C₀ 2. Vzdálenost úsečky BC i KL od hrany B₀C₀ je stejná, všechny tyto tři úsečky jsou kolmé k nárysně, takže vytvoří rovnoarmenný trojúhelník K₂B₂B₀ 2 s hlavním vrcholem B₀ 2 a vnitřním úhlem shodným s úhlem X₂B₂G₂ při tomto vrcholu. Výška trojúhelníku B₂K₂B₀ 2 je rovnoběžná s osou úhlu X₂B₂G₂, to znamená, že základna tohoto trojúhelníku je kolmá na osu úhlu a prochází bodem B₂. Sestrojíme tedy osu o úhlu X₂B₂G₂. Na ni vedeme kolmici p. Průsečík přímky p a kružnice k je hledaný bod K₂, průmět úsečky KL strany čtverce. Sestrojíme trojúhelník B₀ 2 B₂ K₂. V náryse vidíme na úsečce B₀ 2 S₂ poměr vzdáleností středu S k patám výšek stran pravidelného pětiúhelníku a desetiúhelníku $|S_2 B_0 2| : |S_2 B_2|$.

Kapitola 15: Prizma

Pětiboká prizma

44 Anglický název: Prisma

45 $2n$ vrcholů

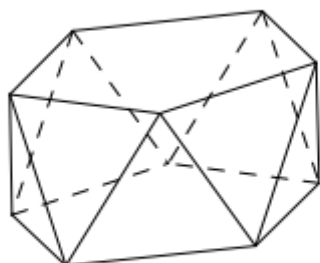
$n + 2$ stěn

$3n$ hran

46 Stěny: n čtverců

2 pravidelné n -úhelníky

Uspořádání ve vrcholu prizmy je $(4, 4, n)$, tj. v jednom vrcholu se sbíhají dva čtverce a pravidelný n -úhelník.

Kapitola 16: Antiprizma

Pětiboká antiprizma

47 Anglický název: Antiprisma

48 $2n$ vrcholů

$2n + 2$ stěn

$4n$ hran

49 Stěny: $2n$ rovnostranných trojúhelníků

2 pravidelné n -úhelníky

Uspořádání ve vrcholu antiprizmy je $(3, 3, 3, n)$, tj. v jednom vrcholu se sbíhají tři rovnostranné trojúhelníky a pravidelný n -úhelník.

Polopráveidelnémnohostěny jsou velmi zajímavátělesa. Majivyžitínapříklad v krystalografii, v teorii bodových grup nebo v architektuře, ale setkáváme se s nimi i v každodenním životě.Příkladempolopráveidelnéhotělesa je fotbalovýmíč, který je představovánuseknutýmdvacetistěnem.

http://cs.wikipedia.org/wiki/Polopravideln%C3%A9_t%C4%9Bleso

http://cs.wikipedia.org/wiki/Archim%C3%A9dovsk%C3%A9_t%C4%9Bleso

http://is.muni.cz/th/323595/prif_b/

https://www.google.cz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0CCqQFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.eprojekt.gjs.cz%2FServices%2FDownloader.ashx%3Fid%3D12499&ei=R_TgVLPDFobtO8zKgaAK&usq=AFQjCNEqBGBmCNmsx-3VepTOA9Yy-Srcjw&sig2=TbJ1zCNahbkgXwa4cUuFPA