

Gymnázium Christiana Dopplera, Zborovská 45, Praha 5

ROČNÍKOVÁ PRÁCE

Zrcadlení v lineární perspektivě

Vypracoval: Lukáš Rehberger

Třída: 8. M

Školní rok: 2013/2014

Seminář: Deskriptivní geometrie

Prohlašuji, že jsem svou ročníkovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím s využíváním práce na Gymnáziu Christiana Dopplera pro studijní účely.

V Praze dne 17. 2. 2014

Lukáš Rehberger

Obsah

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | Úvod | 3 |
| 2 | Lineární perspektiva | 4 |
| 2.1 | Základní pojmy | 4 |
| 2.2 | Sestrojení kváдру pomocí otočeného půdorysu | 5 |
| 3 | Zrcadlení v lineární perspektivě | 7 |
| 3.1 | Pomocné konstrukce | 7 |
| 3.1.1 | Dělení úsečky | 7 |
| 3.1.2 | Násobení úsečky | 9 |
| 3.2 | Zrcadlení horizontální | 11 |
| 3.2.1 | Rovina zrcadla je kolmá na základnici | 11 |
| 3.2.2 | Rovina zrcadla je rovnoběžná se základnicí a kolmá na půdorysnou | 13 |
| 3.2.3 | Rovina zrcadla je různoběžná se základnicí a kolmá na půdorysnou | 15 |
| 3.2.4 | Rovina zrcadla je různoběžná jak se základnicí, tak s půdorysnou | 17 |
| 3.3 | Zrcadlení vertikální | 19 |
| 4 | Závěr | 21 |
| 5 | Zdroje | 22 |

1 Úvod

V této práci bych se chtěl věnovat zrcadlení objektů v lineární perspektivě. Pro svou zálibu v deskriptivní geometrii a jako budoucí student Fakulty architektury ČVUT jsem si vybral téma, jež je mi blízké a uplatňuje se v oboru, kterému bych se chtěl v budoucnu věnovat.

Lineární perspektiva je velmi zajímavá pro svou velkou názornost, konexi s běžným životem a lidským viděním světa a určitým specifiky, která nacházíme při studiu zobrazovacích metod. Rád bych seznámil čtenáře s několika nejčastějšími typy zrcadlení a jejich konstrukcemi, případně konstrukcemi pomocnými pro řešení složitějších problémů.

Mým hlavním a naprosto klíčovým zdrojem jsou poznámky z hodin seminářů *Deskriptivní geometrie I a II* vedených Mgr. Ondřejem Machů ve školních rocích 2012/2013 a 2013/2014, případně osobní konzultace s výše zmíněným učitelem.

2 Lineární perspektiva

Lineární perspektiva je středové promítání, které si dává za cíl zobrazit obraz objektu tak, aby byl co nejvíce podobný obrazu objektu vnímaného lidským okem. Používá se nejčastěji v technické praxi – vizualizace či nákresy architektonického prostoru apod.

[2]

2.1 Základní pojmy

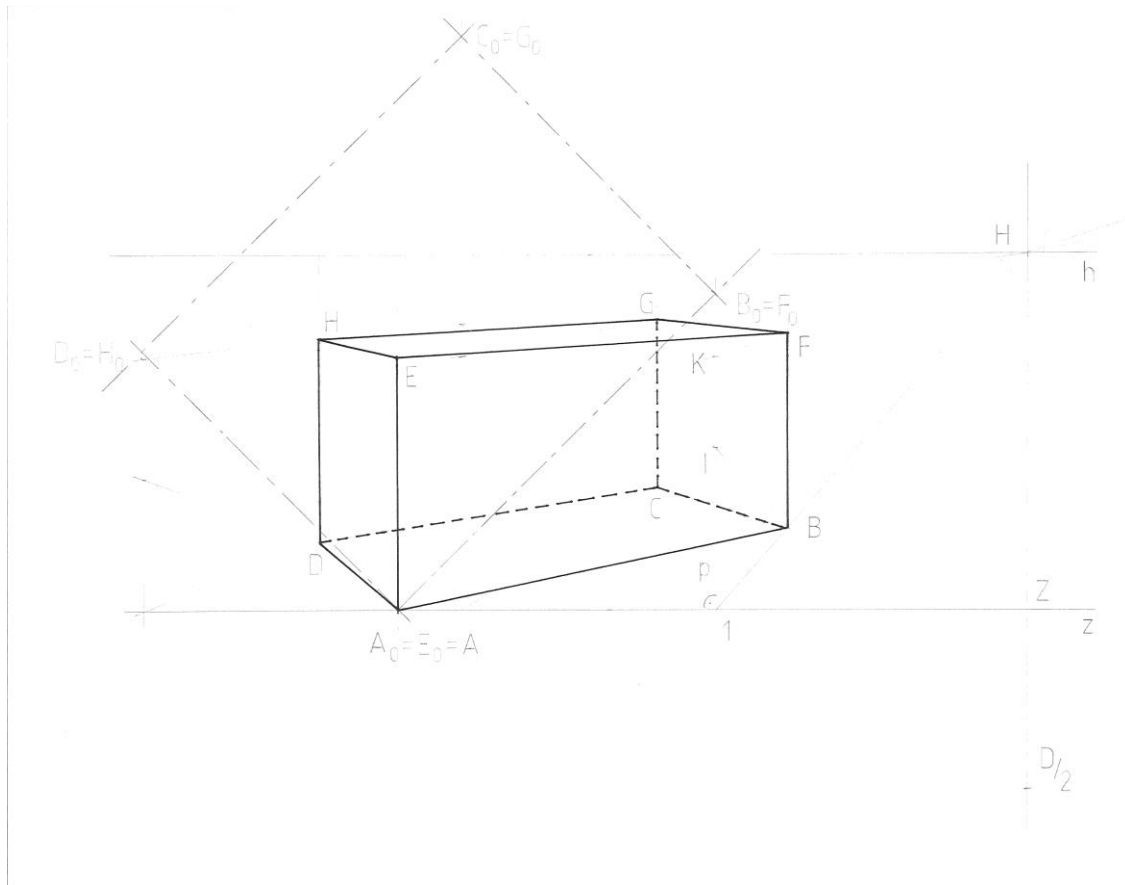
- ρ ... průmětná rovina, většinou svislá
- S ... „oko“, střed promítání
- H ... hlavní bod, průmět S do ρ
- d ... distance, $d = |SH|$
- s ... osa perspektivy, přímka SH
- π ... základní rovina, půdorysna
- z ... základnice, průsečnice ρ a π
- π' ... obzorová rovina, směrová rovina roviny π
- h ... horizont, průsečnice π' a ρ
- v ... hlavní vertikála, přímka kolmá k z procházející H v rovině ρ
- Z ... základní bod, průsečík v a z
- v_h ... výška horizontu, vzdálenost přímek z a h

[1] [2]

je ve skutečnosti vzdálen od bodu B stejně jako bod E od bodu A . Body G a H sestrojím obdobně.

Posledním problémem je viditelnost kvádrů. Pozorovatel vidí pouze hrany jemu bližší, hrany BC , CD a CG jsou tudíž zakryty.

[3]



Obr. 2 – Otočený půdorys (řešení)

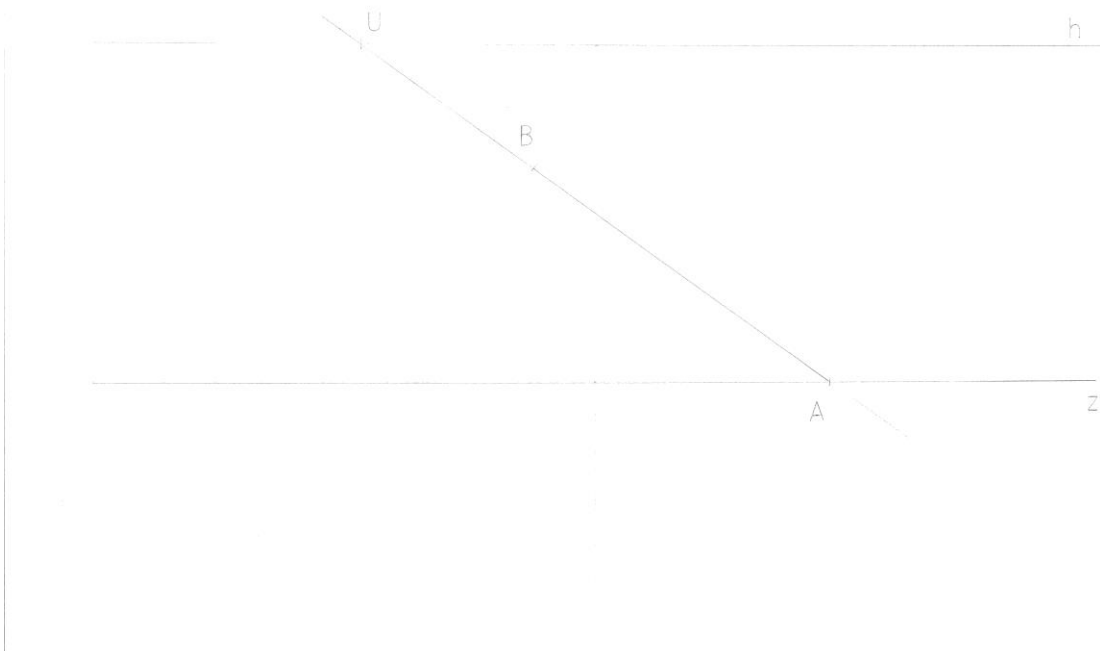
3 Zrcadlení v lineární perspektivě

3.1 Pomocné konstrukce

Pro zrcadlení objektů v lineární perspektivě jsou naprosto klíčové pomocné konstrukce týkající se dělení, resp. násobení daných úseček. Obě tyto konstrukce jsou popsány níže.

3.1.1 Dělení úsečky

Cílem této pomocné konstrukce je rozdělit úsečku AB na daný počet stejných částí, v tomto případě na díly čtyři.



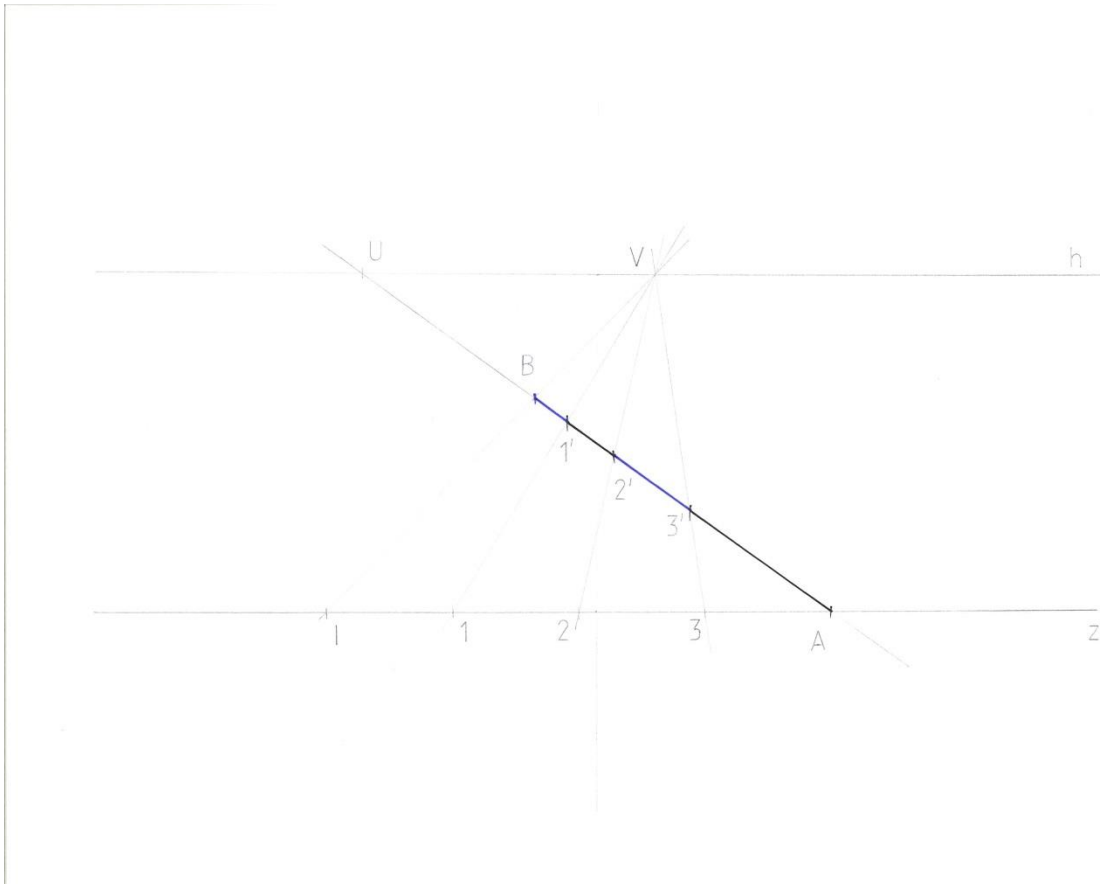
Obr. 3 – Dělení úsečky (zadání)

Pracuji ve volné perspektivě dané horizontem h , základnicí z a úběžníkem U . Dána je rovněž úsečka AB .

Zvolím libovolný další úběžník V na horizontu. Průnik přímky BV se základnicí označím I , úsečka AI je průmětem úsečky AB na základnici. Základnice je přímkou kolmou na osu perspektivy, a proto na ni můžu nanést opravdovou velikost úsečky. Z této vlastnosti plyne, že rozčtvrtím-li úsečku AI , pak jsou v dané perspektivě všechny

části stejně dlouhé. Dělicí body označím postupně 1, 2, 3. Přímky 1V, 2V, 3V a IB jsou ve skutečnosti rovnoběžné (rovnoběžky se protínají v nekonečnu) → v dané perspektivě se tyto přímky protínají na horizontu (obraz nekonečna). Průsečík přímky 1V s úsečkou AB označím 1' (obdobně získám body 2' a 3'). Z výše popsaných vlastností plyne, že $|A3'| = |3'2'| = |2'1'| = |1'B|$. Úsečka AB je rozdělena na 4 části.

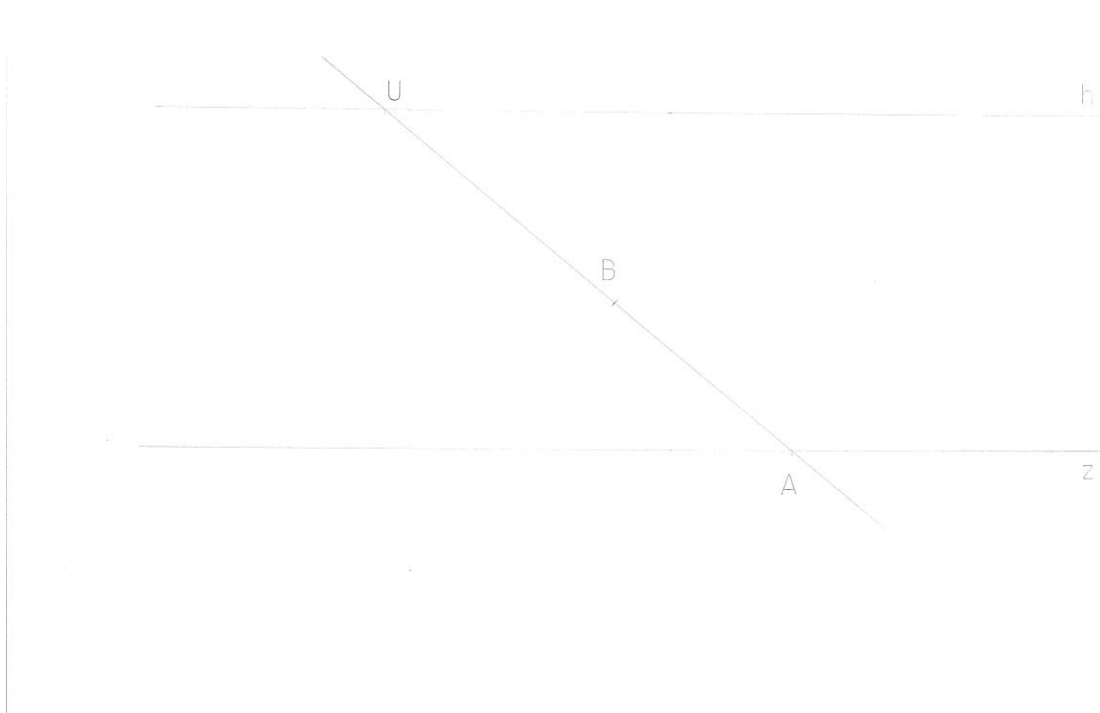
[3]



Obr. 4 – Dělení úsečky (řešení)

3.1.2 Násobení úsečky

Tato konstrukce řeší problém zdvojnásobení délky dané úsečky AB v lineární perspektivě.



Obr. 5 – Násobení úsečky (zadání)

Pracuji ve volné perspektivě dané horizontem h , základnicí z a úběžníkem U . Je dána úsečka AB , kterou následujícím postupem zdvojnásobím.

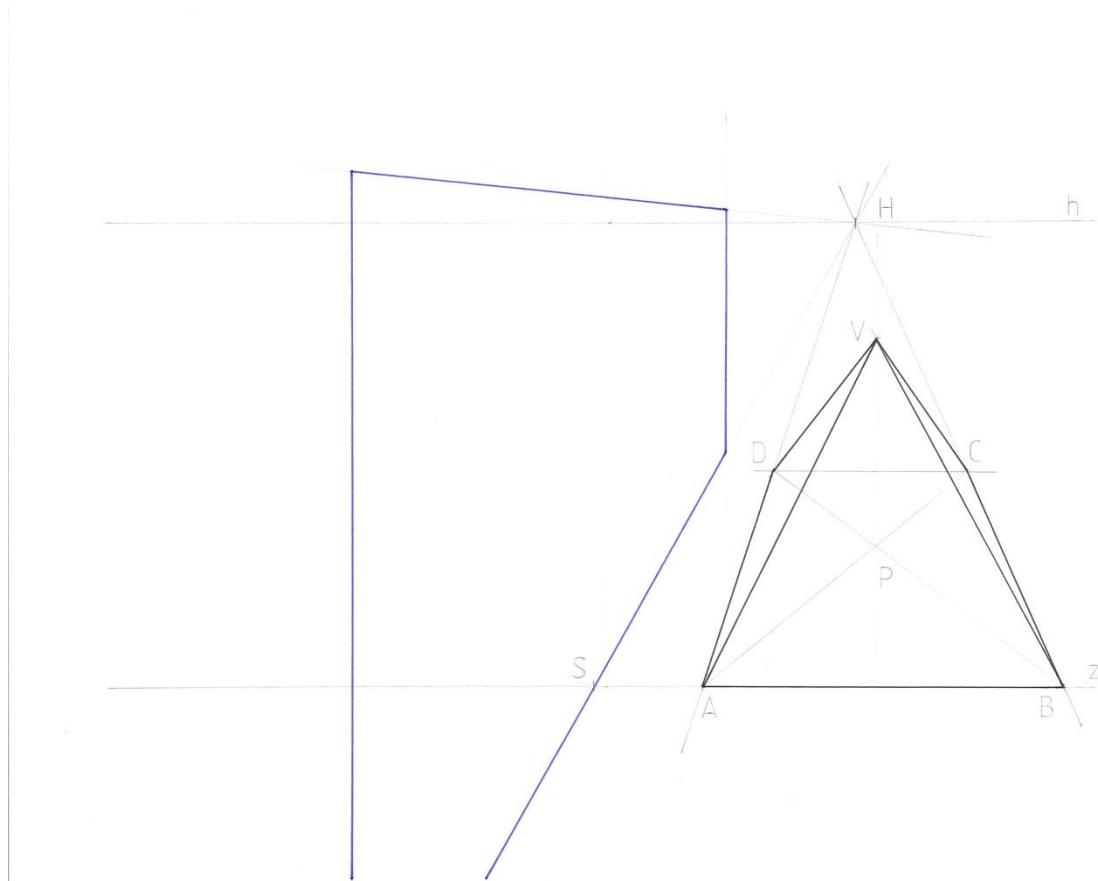
Zvolím libovolný další úběžník V na horizontu. Průnik přímky VB se základnicí označím I , úsečka AI je průmětem úsečky AB na základnici. Základnice je přímkou kolmou na osu perspektivy, a proto na ni můžu nanést opravdovou velikost úsečky. Ve středové souměrnosti podle bodu I zobrazím bod A na bod 1 . Úsečky $1V$ a IB jsou ve skutečnosti rovnoběžné, v dané perspektivě se proto sbíhají na horizontu. Průsečík přímky $1V$ s přímkou AB označím $1'$. Jestliže platí, že $|1I| = |AI|$, poté musí platit $|1'B| = |AB|$. Úsečka AB je zdvojnásobena.

[3]

3.2 Zrcadlení horizontální

3.2.1 Rovina zrcadla je kolmá na základnici

Prvním příkladem zrcadlení v lineární perspektivě je konstrukce obrazu jehlanu v zrcadle, které je kolmé na základnici.



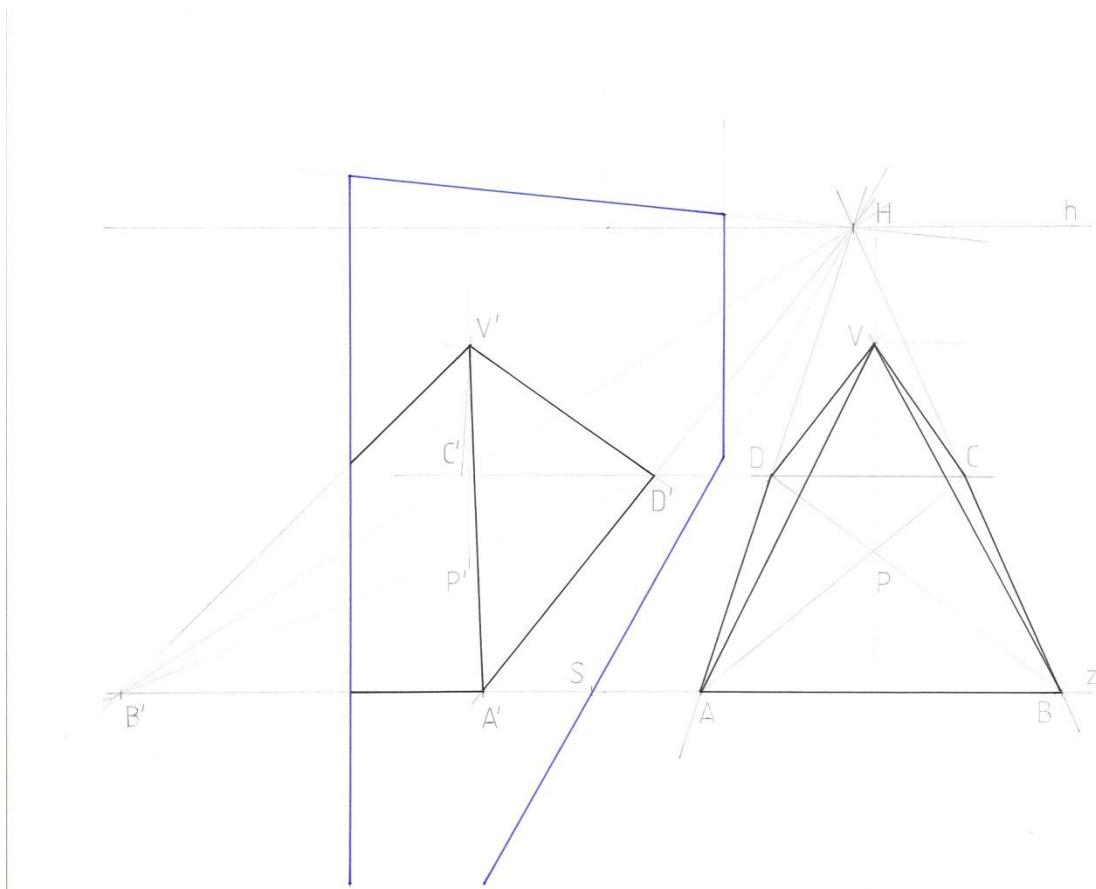
Obr. 7 – Rovina zrcadla kolmá na základnici (zadání)

Pracuji ve volné perspektivě dané horizontem h , základnicí z a hlavním bodem H . Zrcadleným objektem je čtyřboký jehlan $ABCDV$ s obdélníkovou podstavou v půdorysně a body A a B na základnici.

Zvolím zrcadlo, rovina zrcadla je kolmá na základnici, tzn. že je rovnoběžná se stranami BC a AD , průsečík zrcadla a základnice označím S . Pomocí konstrukce násobení úsečky přenesu body A na A' a B na B' ($|AS| = |A'S|$ a $|BS| = |B'S|$, protože vzdálenost vzoru a obrazu od zrcadla je v tomto případě stejná nejen ve skutečnosti, ale i v nákresu). Protože se v tomto případě zachovává vzdálenost od základnice, platí, že bod C' je průsečíkem přímek $B'H$ a CD a bod D' je průsečíkem přímek $A'H$ a CD . Výška jehlanu se nemění, a proto bod V' je průsečíkem přímky rovnoběžné se základnicí a procházející bodem V a přímky kolmé na základnici a procházející bodem P (bod P je střed podstavy – průsečík úhlopříček v obdélníku $ABCD$).

Stačí vyřešit pouze viditelnost – z obrazu jehlanu je vidět pouze to, co je v zrcadle.
 Hrany $C'V'$, $C'D'$ a část strany $B'C'$ vidět nejsou – jsou v zákrytu stěn jehlanu.

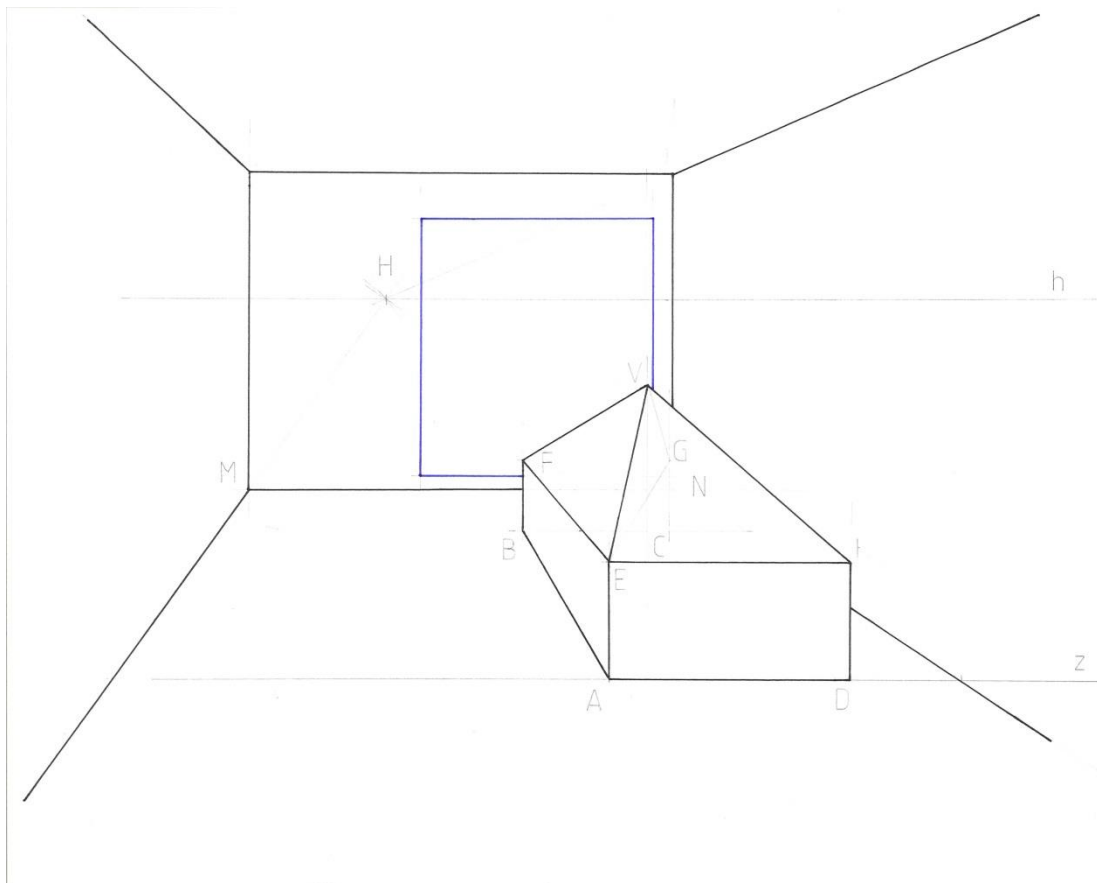
[3]



Obr. 8 – Rovina zrcadla kolmá na základnici (řešení)

3.2.2 Rovina zrcadla je rovnoběžná se základnicí a kolmá na půdorysnu

Druhou konstrukcí je zrcadlení objektu v zrcadle kolmém na půdorysnu a rovnoběžném se základnicí.



Obr. 9 – Rovina zrcadla rovnoběžná se základnicí (zadání)

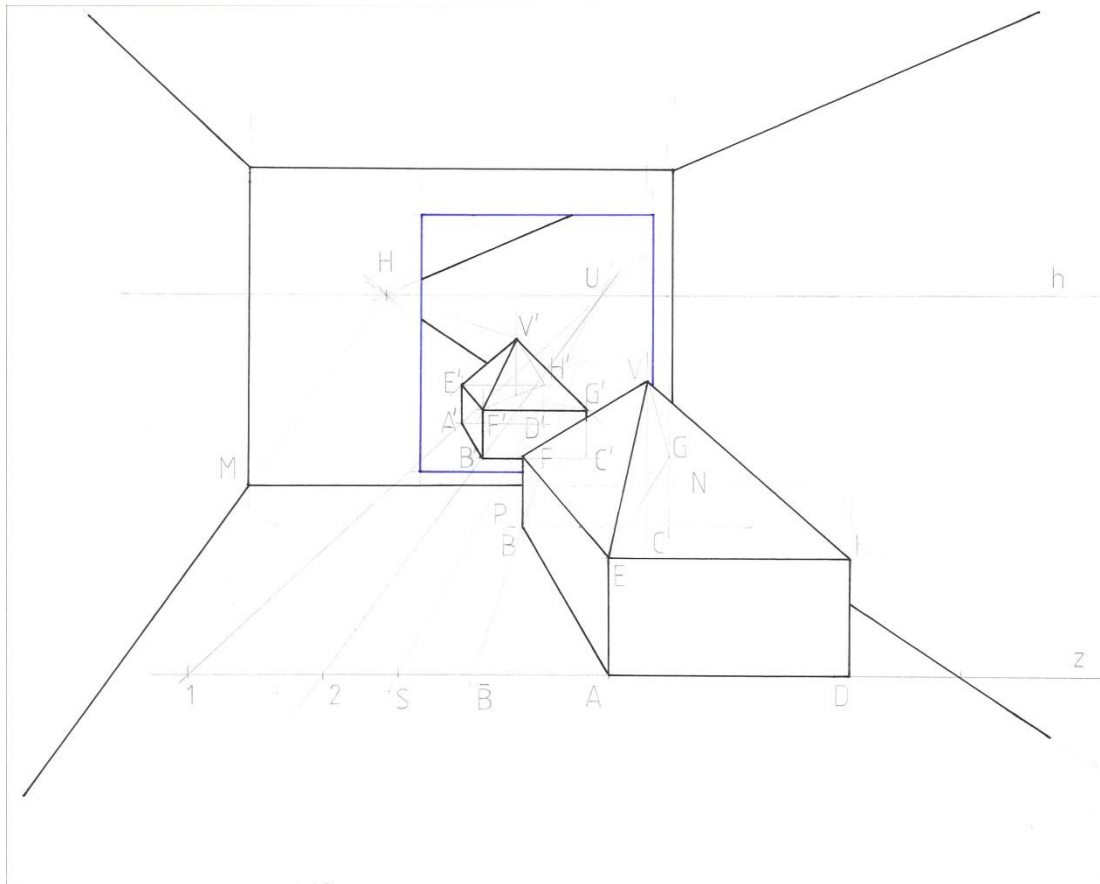
Pracuji ve volné perspektivě dané horizontem h , základnicí z a hlavním bodem H . Zrcadleným objektem je těleso $ABCDEFGHIV$ s obdélníkovou podstavou $ABCD$ v půdorysně.

Zvolím zrcadlo, rovina zrcadla je rovnoběžná se základnicí a kolmá na půdorysnu – zrcadlo je na zadní straně interiéru. Zvolím pomocný úběžník U na horizontu pro pomocné konstrukce násobení úsečky. Průsečík přímek AH a MN označím P , průsečík přímky PU a základnice označím S – tento bod je „středem“, podle kterého zobrazuji body A a B při konstrukci násobení úsečky AP , respektive BP . Ve skutečnosti platí, že $|AP| = |A'P|$ - hledám-li bod A' , musím zdvojnásobit úsečku AP . Protože se v lineární perspektivě zachovává rovnoběžnost se základnicí, pak lze sestrojít body C' a D' jako průsečíky přímky DU a rovnoběžky se základnicí v bodě B' , respektive A' . Body E' a F' sestrojím jako průsečíky přímky EF s přímkami kolmými na půdorysnu procházejícími

body A' a B' , body G' a I' najdu obdobně. Bod V' sestrojím stejně jako v předchozím příkladu s rovinou zrcadla kolmou na základnici.

Posledním problémem je viditelnost obrazu. V zrcadle je vidět celý objekt (až na vzdálenější hrany) a 2 hrany interiéru (ten je vepředu neukončen).

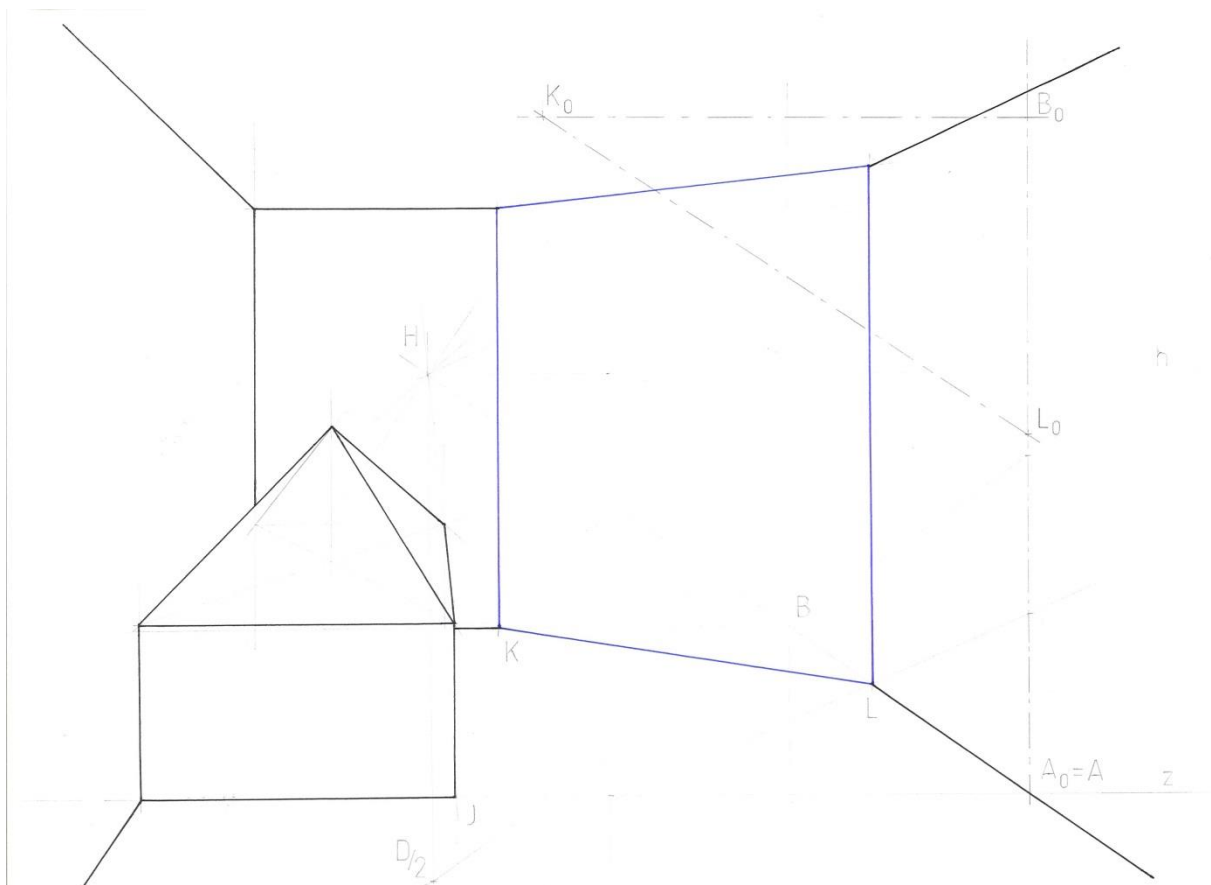
[3]



Obr. 10 – Rovina zrcadla rovnoběžná se základnicí (řešení)

3.2.3 Rovina zrcadla je různoběžná se základnicí a kolmá na půdorysu

Dalším příkladem je konstrukce obrazu objektu v zrcadle kolmém na půdorysu, ale různoběžném se základnicí. Zrcadlený objekt se opět skládá z kvádrů a jehlanu.



Obr. 11 – Rovina zrcadla různoběžná se základnicí a kolmá na půdorysu (zadání)

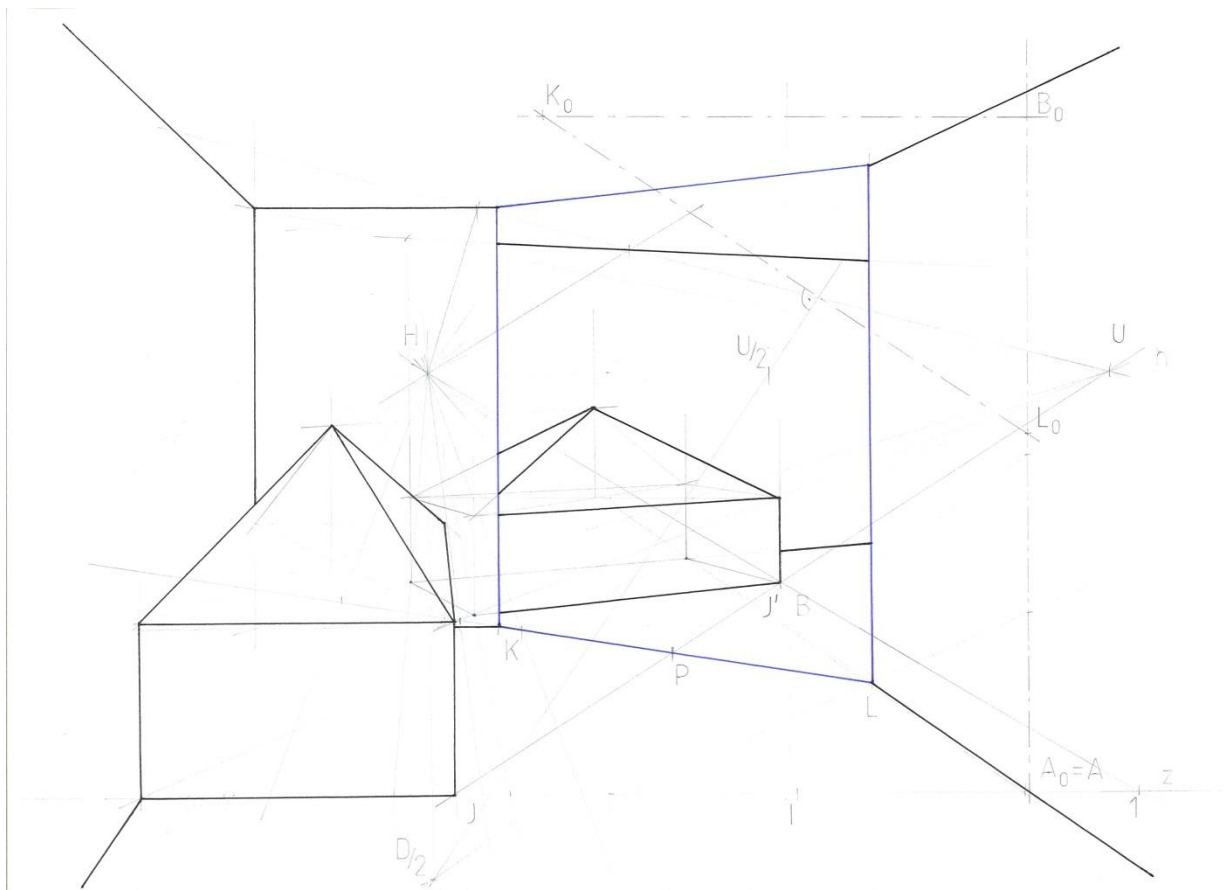
Pracuji ve volné perspektivě dané horizontem h , základnicí z , hlavním bodem H a polovičním distančníkem $D/2$.

Poloha zrcadla je daná otočeným půdorysem – v rohu interiéru.

Nejdřív najdu úběžník U normál zrcadla – leží na horizontu (protože zrcadlo je kolmé na půdorysu) a zároveň platí, že poloviční úběžník $U/2$ je průsečíkem horizontu s kolmicí na zrcadlo v otočeném půdoryse procházející bodem $D/2$. Úběžník U je na horizontu dvakrát dál od H než $U/2$. Hledám obraz bodu J . Průsečík přímk JU a KL označím P , bod J' najdu tak, že zdvojnásobím úsečku JP . Ostatní body přenáším obdobně.

Co se týče viditelnosti – vidět je ze zadaného objektu pouze to, co je v zrcadle (vzdálenější hrany nevidím) a 2 hrany interiéru (ten je zepředu neukončen).

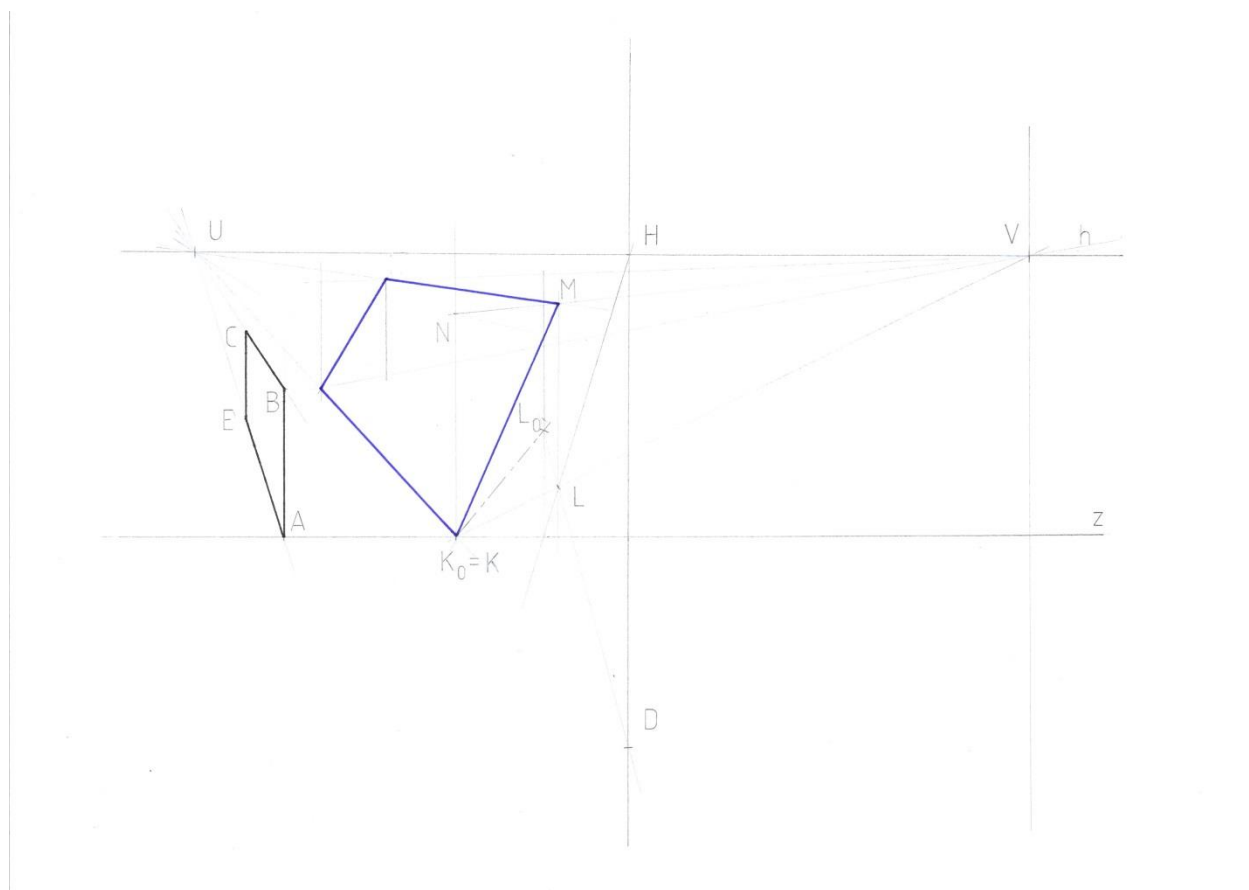
[3] [4]



Obr. 12 – Rovina zrcadla různoběžná se základnicí a kolmá na půdorysnu (řešení)

3.2.4 Rovina zrcadla je různoběžná jak se základnicí, tak s půdorysnou

Pravděpodobně nejsložitější konstrukcí mé ročníkové práce je problém obrazu objektu v zrcadle, které je různoběžné jak se základnicí, tak s půdorysnou. Zrcadleným objektem je obdélník $ABCE$.



Obr. 13 – Rovina zrcadla šikmá (zadání)

Pracuji ve volné perspektivě dané horizontem h , základnicí z , hlavním bodem H , distančním D . Zvoleny jsou rovněž dva pomocné úběžníky U a V . Zrcadlo je umístěno v kvádru, jehož jedna stěna je označena $KLMN$.

Nejprve musím najít úběžník normál zrcadla U_N . V pomocné konstrukci sestrojím obdélník $KLMN$ ve skutečných rozměrech, na úhlopříčce KM vedu kolmici procházející bodem N . Průsečík této kolmice a strany LM obdélníka označím 1 a tento bod přenesu do perspektivy. Nákres této pomocné konstrukce není přiložen pro svou banálnost. Bod U_N je průsečíkem přímky $1N$ a kolmice na základnici procházející úběžníkem V .

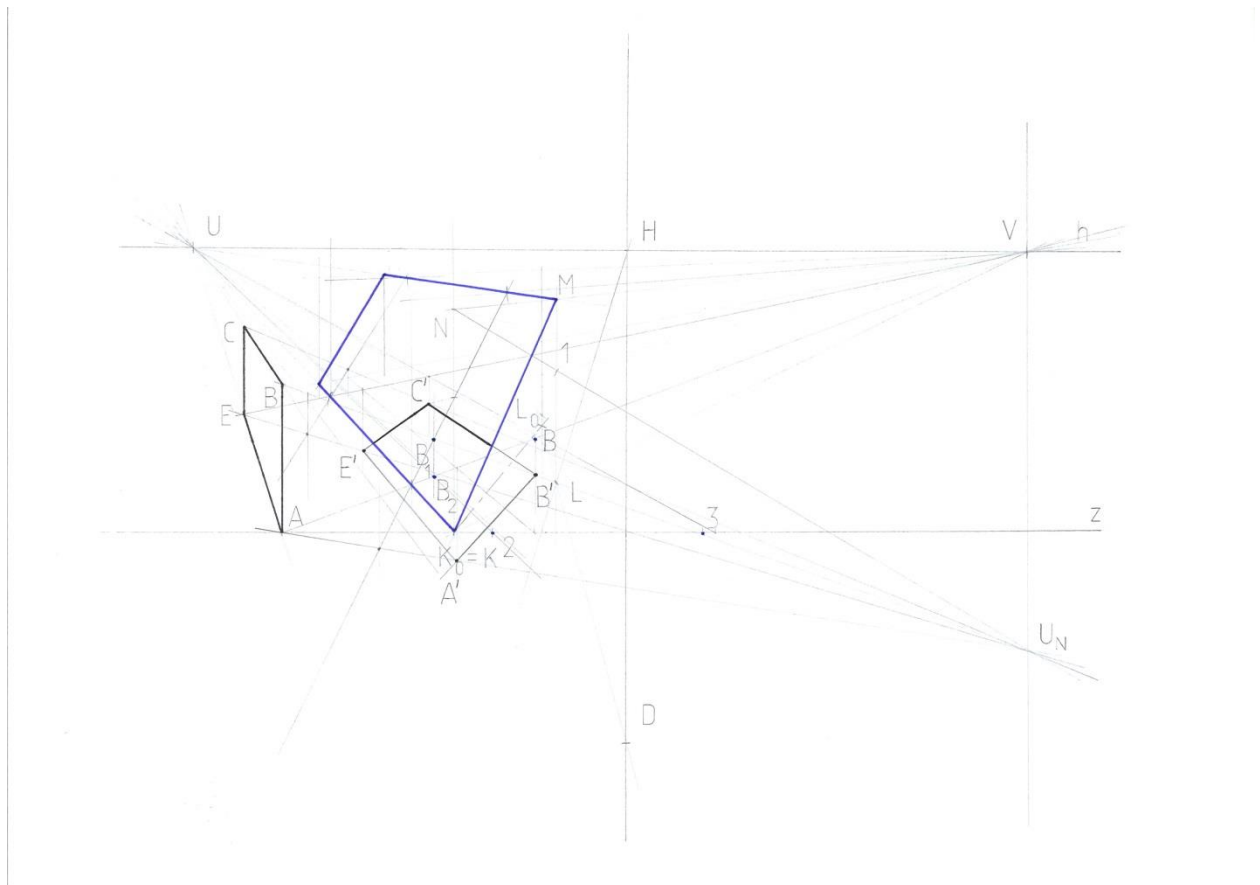
Konstrukce obrazu bodu: Bod B spojuj s úběžníkem U_N , bod, kde mi tato přímka protíná zrcadlo, označím B_1 . Body B a B_1 „svedu“ po kolmici na přímku AV (bod B odpovídá bod A , bod B_1 odpovídá bod B_2). Nyní musím zdvojnásobit úsečku AB_2 .

Průsečík základnice a přímky B_2U označím z . Ve středové souměrnosti podle bodu z zobrazím bod A na bod 3 . Bod B_3 je průsečíkem přímky U_3 a AV . Bod B_3 „svedu“ po kolmici na přímku BU_N a tento průsečík označím B' .

Ostatní body zrcadleného objektu zobrazím obdobně.

Stačí vyřešit už pouze viditelnost – z obdélníku $A'B'C'E'$ je vidět pouze část v zrcadle.

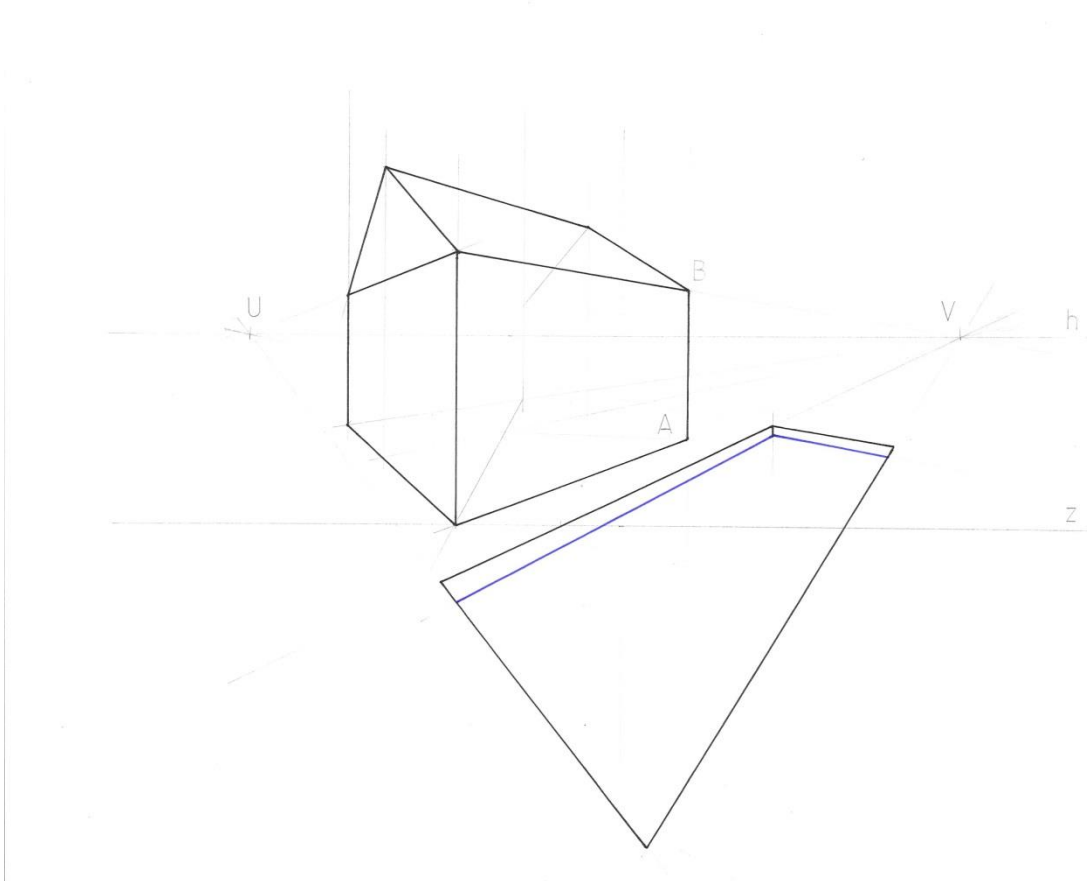
[3] [4]



Obr. 14 – Rovina zrcadla šikmá (řešení)

3.3 Zrcadlení vertikální

Posledním příkladem je konstrukce obrazu objektu v zrcadle rovnoběžném s půdorysnou.

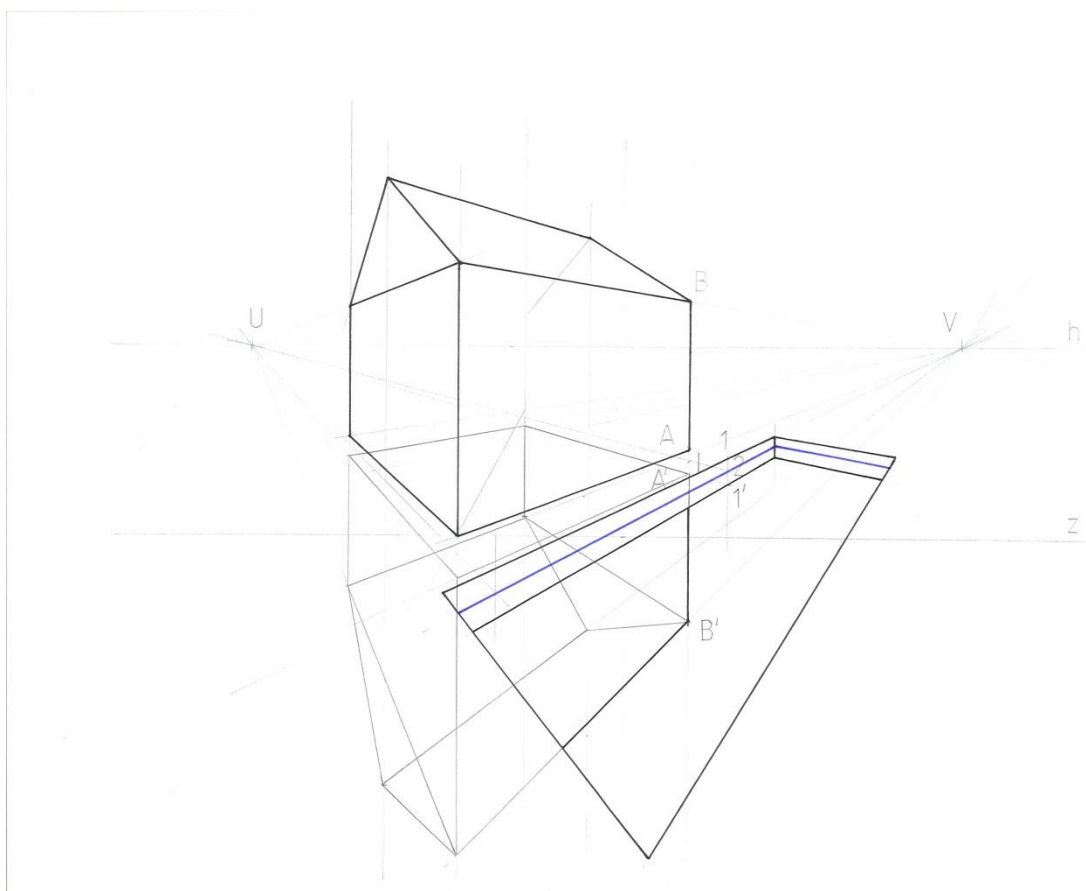


Obr. 15 – Zrcadlení vertikální (zadání)

Pracuji ve volné perspektivě dané horizontem h , základnicí z a 2 úběžníky U a V . Zrcadleným objektem je dům a zrcadlem je hladina bazénu umístěná pod půdorysnou.

1 označím bod na přímce odpovídající straně zrcadla na úrovni terénu (okraj bazénu). Bod 2 je průsečíkem strany zrcadla (hladiny) a kolmice na základnici procházející bodem 1 . Průsečík přímek AB a $2U$ je bod I . Protože se ve svislém směru délky nekrátí, můžu sestrojít body A' a B' tak, že ve středové souměrnosti podle bodu I zobrazím body A a B (bod I je na úrovni hladiny, proto je středem symetrie). Ostatní body obrazu naleznu obdobně. Zrcadlí se zároveň i stěny bazénu – ve středové souměrnosti podle bodu 2 zobrazím 1 na $1'$ atd.

Posledním problémem je viditelnost. Vidím zrcadlené stěny bazénu (jsou blíže hladině = zrcadlu než dům). Z obrazu domu vidím pouze tu část, která je v zrcadle („vevnitř bazénu“), tento obraz je ale ohraničen obrazem stěn bazénu. Vzdálenější hrany nevidím.



Obr. 16 – Zrcadlení vertikální (řešení)

4 Závěr

V této práci jsem se věnoval zrcadlení v lineární perspektivě. Nejdříve jsem uvedl základní pojmy a konstrukce týkající se lineární perspektivy. Samotné zrcadlení jsem pojal jako přehled nejčastějších konstrukcí – od těch nejjednodušších (jako je zrcadlení s rovinou zrcadla kolmou na základnici) až po složitější příklady s rovinou zrcadla šikmou.

Rysy všech konstrukcí jsem vytvořil sám a ručně. Ke každému příkladu jsem taktéž uvedl popis konstrukce, často pouze zobrazení jedné části objektu, protože pokračování je už jen záležitostí rutinní.

5 Zdroje

- [1] Lineární perspektiva. fd.cvut.cz.
http://www.fd.cvut.cz/departament/k611/PEDAGOG/files/webskriptum/perspekpers/linearni_perspektiva.html (citováno 15. 2. 2014).
- [2] Lineární perspektiva. cs.wikipedia.org.
http://cs.wikipedia.org/wiki/Line%C3%A1rn%C3%AD_perspektiva (citováno 15. 2. 2014).
- [3] poznámky ze seminářů *Deskriptivní geometrie I a II* vedených Mgr. Ondřejem Machů na gymnáziu Christiana Dopplera ve školních rocích 2012/2013 a 2013/2014
- [4] osobní konzultace s Mgr. Ondřejem Machů