Gymnázium Christiana Dopplera, Zborovská 45, Praha 5

Ročníková práce

Zrcadlení v lineární perspektivě

Vypracoval: Ondřej Texler

Třída 8.M

Školní rok: 2011/2012

Seminář : Deskriptivní geometrie

Prohlašuji, že jsem svou ročníkovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 19.února 2012 Ondřej Texler

Zrcadlení v lineární perspektivě

Obsah

Úvod

V této práci se pokusím nastínit problematiku zobrazování objektů v lineární perspektivě a jejich následné zrcadlení. Tuto práci jsem si vybral, protože se o deskriptivní geometrii zajímám a lineární perspektiva je moje nejoblíbenější metoda zobrazování a to právě proto, protože rys v lineární perspektivě je velice podobný fotce, co nejvěrněji se snaží napodobit pohled lidským okem. V této práci jako první vysvětlím, jak se zobrazuje bod v lineární perspektivě, dále pojednám o kolmém zrcadlení a nakonec o složitějším šikmém zrcadlení.

Základní pojmy a principy v lineární perspektivě

Lineární perspektiva je středové promítání, které se co nejvěrněji snaží napodobit lidské oko. V lineární perspektivě se snažíme zobrazit předměty relativně v závislosti na vzdálenosti od pozorovatele, čím dál je předmět, tím se zdá menší, stejně jako se zdá menší při pozorování lidským okem. Tento druh zobrazení se v praxi používá hlavně při zachycení objektů větších rozměrů. Klasickým příkladem lineární perspektivy je fotografie. Existuje perspektiva jedno úběžníková, dvou úběžníková a tří úběžníková, veškeré moje rysy a texty se budou zabývat dvou oběžníkovou perspektivou, zvanou též nárožní perspektiva.

Základní pojmy, které budu v této práci používat a jejich definice

H – Hlavní bod - je bod ve výšce mého oka náležící vertikále **v**, (bod do kterého kouká pozorovatelovo oko), je to úběžník všech hloubkových přímek

v – Vertikála - je kolmice na **z** a **h** procházející body **Z** a **H**

Z – Základní bod – je bod náležící základnici **z** a vertikále **v,** (bod do kterého „koukají" pozorovatelovy nohy)

z – Základnice – kolmice na vertikálu **v**, náleží jí bod **Z**

D – Distančník – (zvaný též dolní distančník) je bod kde leží pozorovatelovi nohy, průmět bodu **O** do podstavy, bod **D** má alternativní značení **S** jako stanoviště, já však budu používat korektnější označení - Distančník

O – Střed promítání – leží nad bodem **D** a ve stejné výšce jako bod **H**, o bodu **S** se v práci nebudu moc zmiňovat, pro moje účely není důležitý

d – Distance – je vzdálenost bodu **D** od bodu **Z** (tato vzdálenost je stejná jako vzdálenost bodu **O** od bodu **H**)

$\mathbf{U_1}$ - Levý úběžník – úběžník všech kolmic, bod v nekonečnu ve kterém mizí všechny kolmice

$\mathbf{U_2}$ – Pravý úběžník – alternativa levého úběžníku pro pravou stranu

$\mathbf{U_3}$ – Úběžník pro zrcadlo – úběžník všech kolmic, který využiji při šikmém zrcadlení

Konstrukční metody lineární perspektivy

Nepřímé metody

Je známo mnoho metod konstrukce objektu v lineární perspektivě, historicky nejstarší a zároveň nejznámější je **průsečíková metoda**, tato metoda používá jako základ Mongeovo promítání a je řazena mezi nepřímé metody, další nepřímou metodou je **stopníková metoda**, která vychází rovněž z Mongeovy projekce a poslední nepřímou metodou, kterou zmíním je metoda **incidenční měřítko**, tato metoda používá jako základ Pappovu větu.

Přímá metoda

Perspektiva je zadána prvky (H, h, v, d, D) a zobrazovaný objekt leží na podstavné průmětně označované písmenem π. Použijeme otočeného půdorysu, sestrojíme půdorys zobrazovaného objektu a teprve potom naneseme výšky. Ve všech rysech, které zde budu uvádět, použiji právě tuto metodu, která je pro moje úmysly nejideálnější.

Konstrukce bodu v lineární perspektivě pomocí otočeného půdorysu

(k následujícímu textu náleží obrázek OBR. Č. 1)

Nadefinování perspektivy

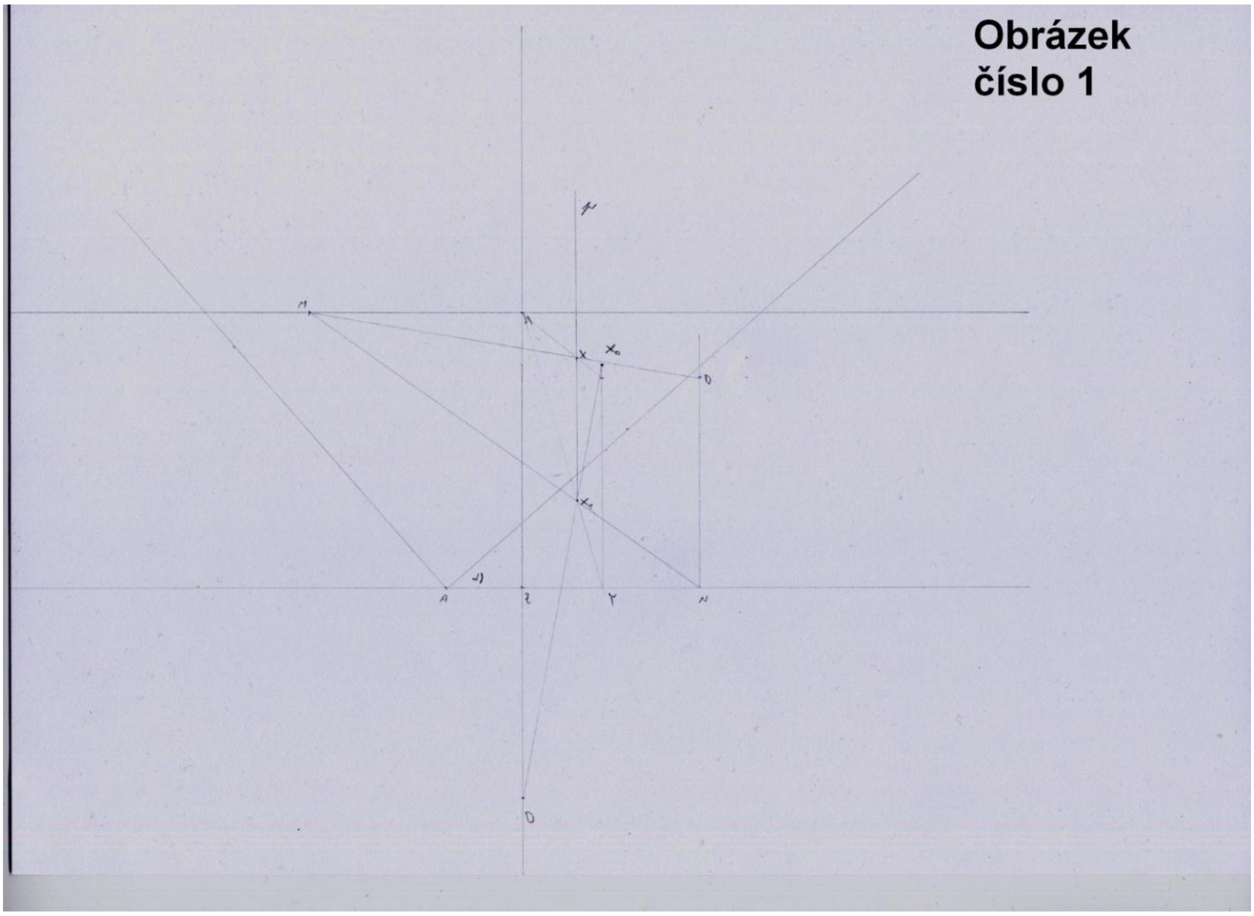
Nejprve zvolím rozměry perspektivy, to jest: určím distanci (vzdálenost bodu D od Z), tu volím 5 centimetrů; dále určím výšku horizontu (vzdálenost bodu Z od H), tu volím 6,5 centimetru a poslední nutný údaj je zorný úhel α (úhel pod kterým se na zobrazovaný objekt, bod dívám), ten volím cca 40°. Tyto rozměry budu volit na většinu svých rysů. Při zvolení takto malé distance a velkého úhlu α bude výsledný obraz oproti realitě hodně zkreslený, pro moje účely to ale vadit nebude a hlavně při těchto rozměrech mi vyjdou oba úběžníky $\mathbf{U_1}$ i $\mathbf{U_2}$ na papír.

Nyní kdekoliv v otočeném půdorysu volím bod, který chci zobrazit v perspektivě, nazveme ho třeba X, jeho průmět v otočeném půdorysu nazveme X_0 (tento bod volím) a jeho průmět na půdorysnu nazveme X_1. A určím výšku bodu X nad zemí třeba 5 centimetrů.

Vlastní konstrukce

Mám bod X0, vedu na něj kolmici ze základnice, průsečík této kolmice a základnice označím jako bod Y. Z bodu Y vedu přímku do bodu H a z bodu X0 vedu přímku do bodu D a průsečík přímek YH a X0D je bod X1. Víme tedy, že bod X se nachází někde nad bodem X1, narýsujeme tedy přímku p, která je kolmá na základnici (horizont) a prochází bodem X1. Na vynesení výšky bodu X použijeme takzvanou metodu hloubkových přímek.

Princip této metody spočívá v tom, že přes jakýkoliv bod na horizontu si bod, který se snažím zobrazit, promítnu na základnici, v našem případě promítnu bod X1 pomocí bodu H na základnici, takový bod já už mám, označil jsem ho písmenem Y. Z bodu Y nanesu kolmo 5 centimetrů nahoru směrem k horizontu a bod, který dostanu (v mém případě vyšel cca půl centimetru pod bodem X0) zpětně spojím s bodem H a průsečík této přímky s přímkou p je hledaný bod X ve skutečné výšce. Pokud z nějakého důvodu nechci k hloubkové metodě použít bod H (při větších a složitějších rysech mam okolo bodu H mnoho přímek a špatně se s této oblasti orientuje), můžu zvolit libovolný bod na horizontu, například bod M. Spojím body M a X1 a protáhnu na základnici, toho místo označím bodem N, následovně nanesu 5 centimetrů z bodu N směrem k horizontu, tento bod označím O. Nakonec spojím body O a M a na přímce p nacházím bod X a opravdu bod X vyšel do stejného místa jako při konstrukci přes hlavní bod H.



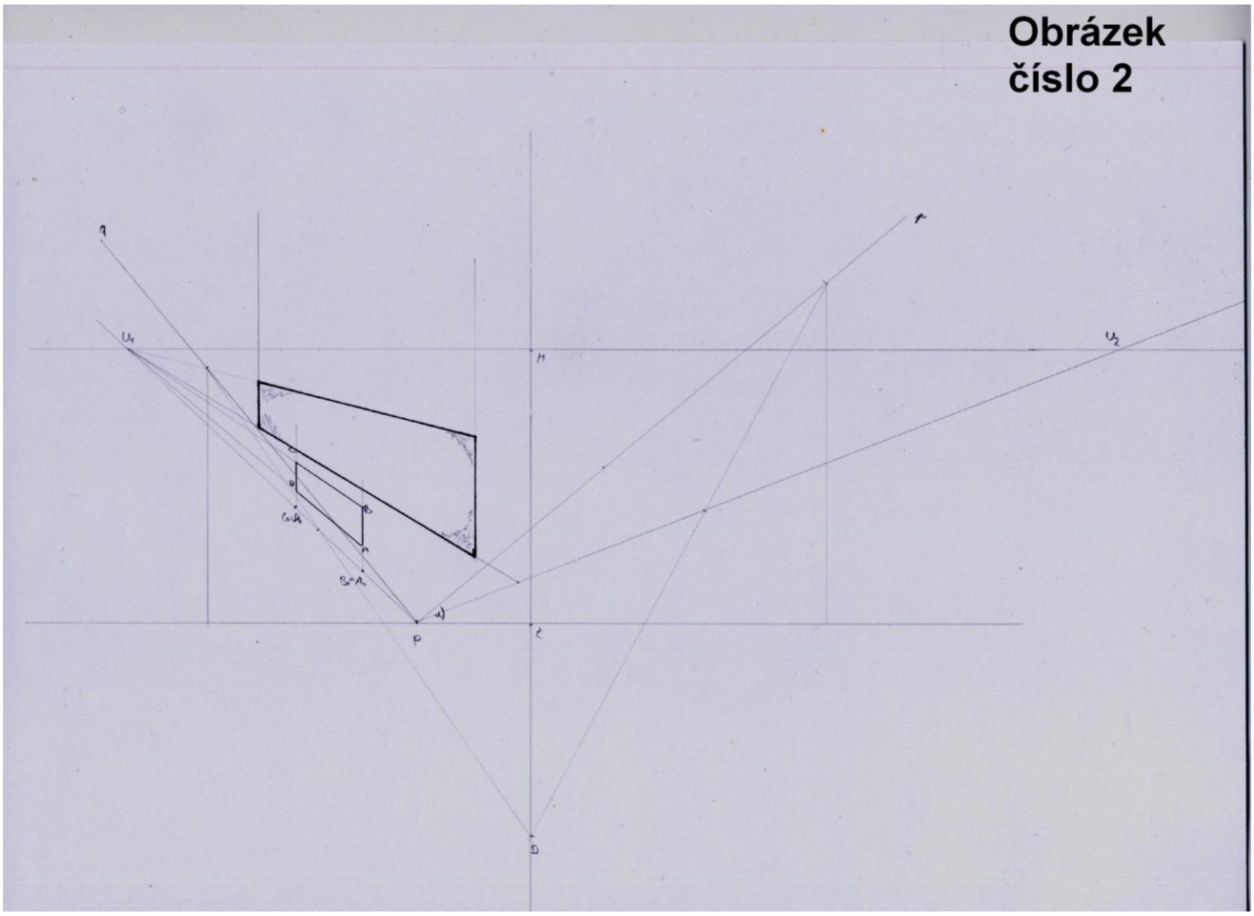
Obrázek číslo 1

Kolmé zrcadlení

(text k obrázkům OBR č. 2 a OBR č. 3)

Opět nejprve zvolím rozměry perspektivy, volím je stejně jako u obrázku č. 1, to jest distance rovna 5 centimetrům, výška horizontu 6,5 centimetrů a zorný úhel α volím 40°, při těchto rozměrech mi vyjdou oba úběžníky na papír. V rysu č. 1 to bylo jedno, v tomto rysu bych se však již bez úběžníků jen těžko obešel, zvlášť pravý úběžník bude stěžejní.

Rozměr perspektivy mám, nyní potřebuji do prostoru umístit zrcadlo a objekt, který budu zrcadlit, v tomto případě volím obdélník. Rozměry zrcadla a zrcadleného čtyřúhelníku nijak neřeším, volím je v průběhu rysu tak, aby bylo zrcadlení hezky názorné. Na polopřímce q ležící v otočeném půdorysu kdekoliv volím bod, který zobrazím do skutečného půdorysu. Spojením tohoto bodu s bodem P dostávám na horizontu úběžník U1. Dále zvolím bod na polopřímce p, zobrazím ho do skutečného půdorysu a spojením tohoto bodu a bodu P dostávám na horizontu druhý úběžník U2. Nyní vím, jak vypadá skutečný půdorys a dle své fantazie volím zrcadlo a zrcadlený čtyřúhelník, jediná podmínka, aby mělo zrcadlení smysl, je že při pohledu z leva je první zrcadlený čtyřúhelník a až pak zrcadlo. Pozor, musím dbát na zachování jedné ze základních vlastností perspektivy a tou je, že všechny kolmice směřují do úběžníků. (momentální situaci popisuje OBR č. 2)

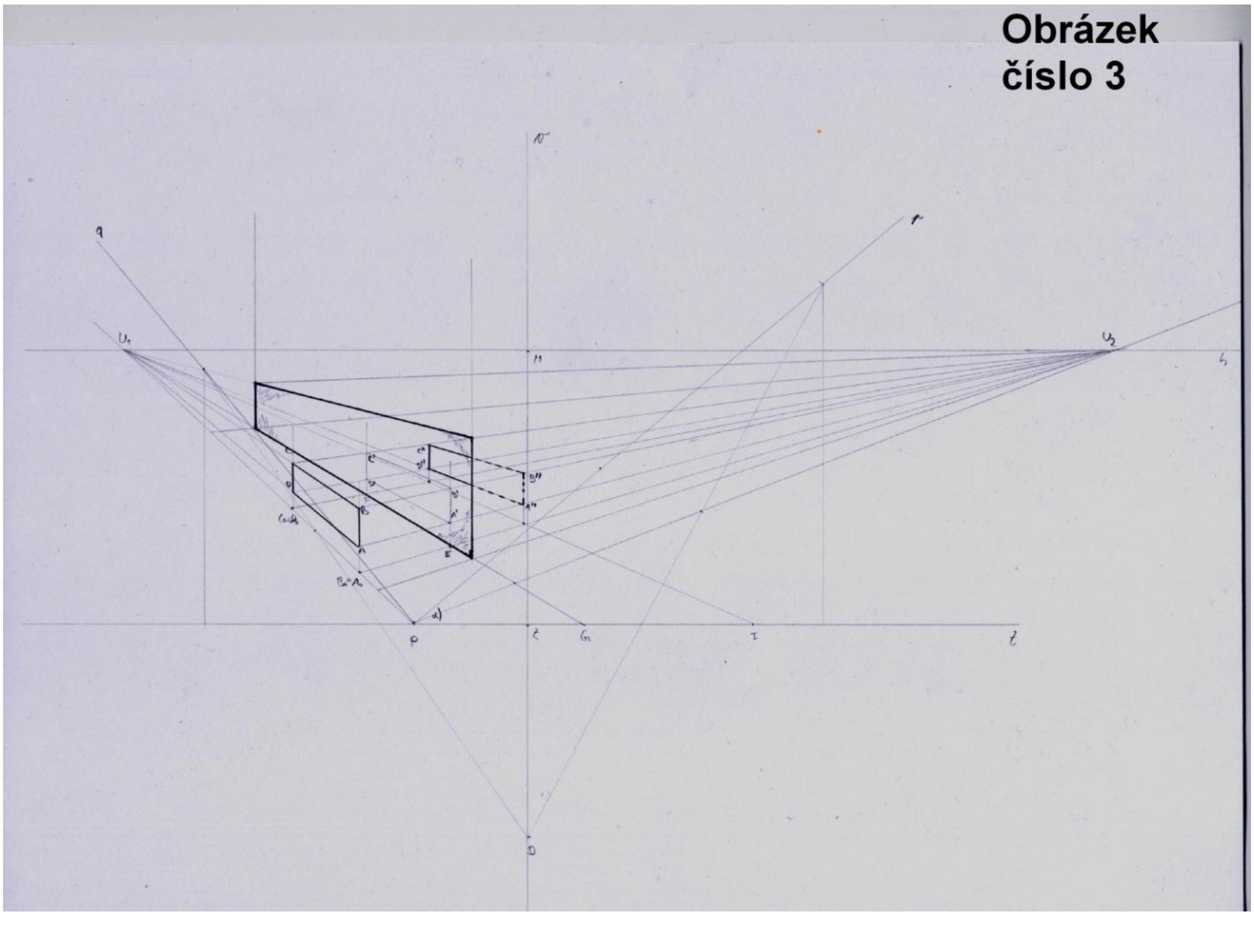


Z obrázku č. 2 je vidět, že zrcadlo leží na zemi (zrcadlo je ten nejsytěji vytažený čtyřúhelník) a zrcadlený čtyřúhelník (označen body A,B,C, D) leží kousek nad zemí.

Nyní najdu obraz bodů A, B, C, a D na půdorysně, a to jsou body A0, B0, C0 a D0. Bod A0 = B0 a C0 = D0, jelikož tyto dvojice bodů leží nad sebou. Nyní potřebuji najít místo na zrcadle, kde se zobrazí body A, B, C a D. Spojím A0 (B0) s U2 a C0 (D0) s U2. Průsečík těchto přímek a spodní hranou zrcadla označím písmenem E a F. Z bodů E a F vedu kolmice, a kde tyto kolmice protnou přímky AU2, BU2, CU2 a DU2 jsou hledané body A´, B´, C´ a D´, obrazy bodů A, B C a D na zrcadle. Pro kontrolu, když spojím body A´ s bodem B´, budou ležet na stejné přímce jako bod U1, a to leží. Nyní potřebuji najít obrazy bodů A, B, C, D v zrcadle. Víme, že vzdálenost bodu A od bodu A´ je polovina vzdálenosti bodu A od hledaného bodu v zrcadle, bodu A´´, to samé platí pro body B, B´ a B´´ a ostatní body.

Vzdálenost bodu A od bodu A´, kterou vidíme na rysu je zkreslená, tudíž s ní nemůžu pracovat. Proto si bod A0 pomocí bodu U1 promítnu na základnici a dostávám již známý bod P, a dále si promítnu bod E na základnici také pomocí bodu U1 a dostanu bod G (jako bod, pomocí kterého promítám, nemusím volit U1, můžu klidně zvolit bod H nebo jakýkoliv jiný bod na horizontu, nejde mi zde o vzdálenost, ale o poměr vzdáleností). A vzdálenost bodů P od G je polovina vzdálenosti P od bodu I. Když spojím bod I s úběžníkem U1, na spojnici A0 s 2 dostanu obraz bodu A´´ v půdorysně. Již stačí jen z tohoto bodu vztyčit kolmici, a kde zmiňovaná kolmice protne přímku AU2 je hledaný bod A´´. Tuto konstrukci provedu postupně pro body B, C i D a dostaneme obraz zrcadleného čtyřúhelníku v zrcadle (A´´, B´´, C´´, D´´).

Jako poslední věc musím určit viditelnost obrazu v zrcadle, v tomto případě je to jednoduché, vidět je pouze ta část čtyřúhelníku A´´, B´´, C´´, D´´, která náleží zrcadlu. Tuto část vytáhnu silně, oblast, která v zrcadle vidět není, vytáhnu čárkovaně. (Pro kontrolu správnosti postupu a přesnosti rýsování zjistím, jestli přímka A´´D´´ míří do úběžníku U1 a míří, stejně tak přímka B´´C´´ má mířit do úběžníku.)



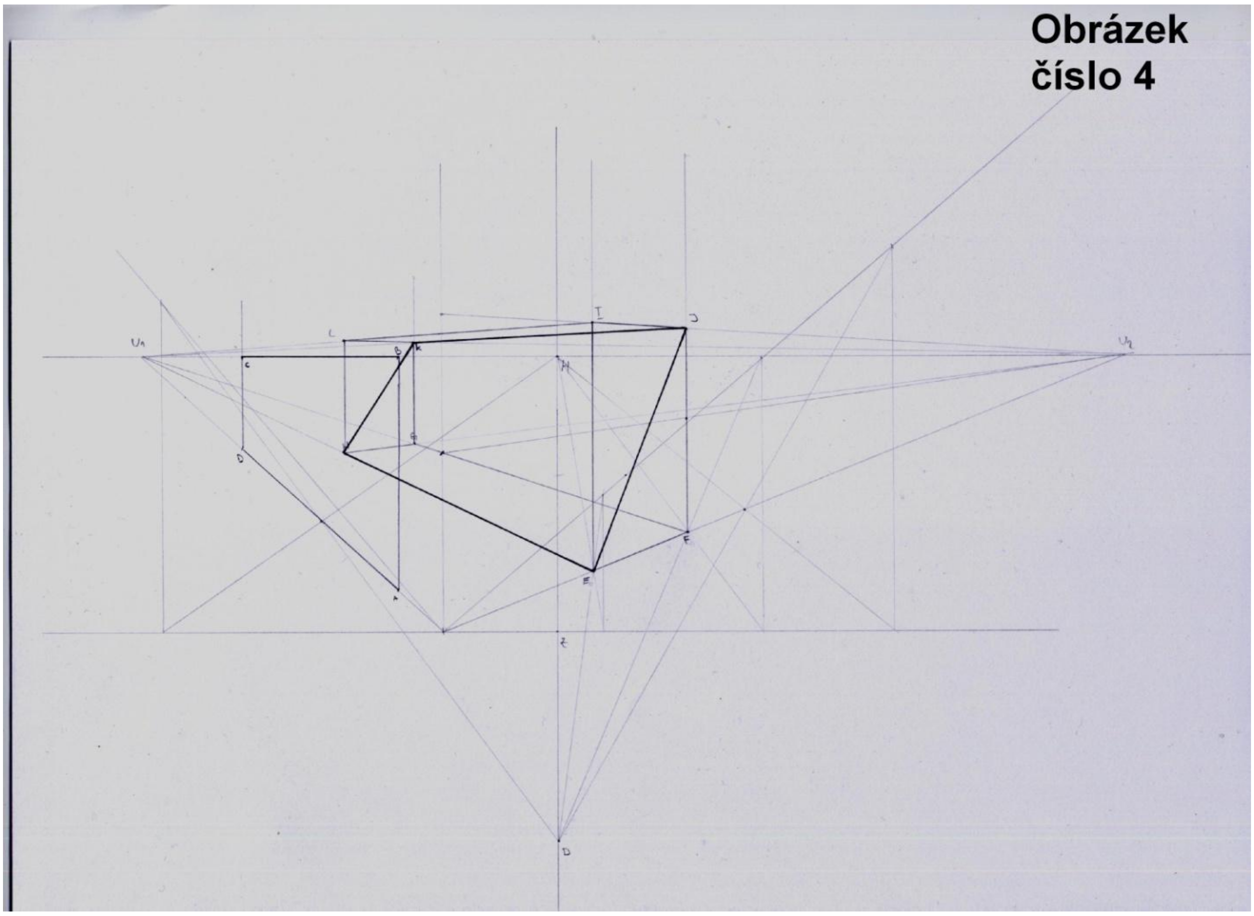
Šikmé zrcadlení

Princip šikmého zrcadlení

Šikmé zrcadlení je složitější obdoba kolmého zrcadlení. V kolmém zrcadlení jsme mohli využít vlastnosti, že veškeré kolmice dopadající na plochu zrcadla směřují do úběžníku U2 (popřípadě do úběžníku U1, ale v předchozím rysu to byl právě úběžník U2). Při šikmém zrcadlení veškeré kolmice dopadající na šikmé zrcadlo také směřují do jistého úběžníku, ale není jím ani úběžník U1, ani úběžník U2, ale úběžník, který nazvu U3 – úběžník pro šikmé zrcadlo.

Rozvržení situace

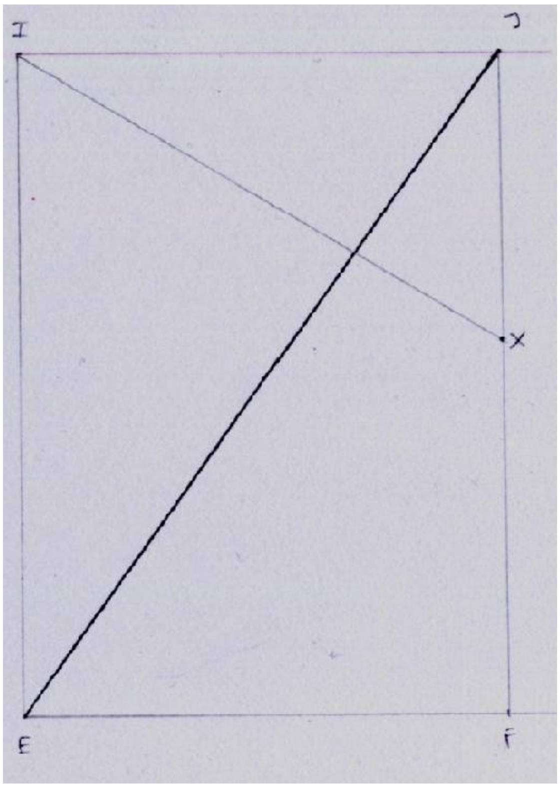
Jako vždy si nejprve zvolím rozměry perspektivy, zvolím je stejně jako v minulých rysech ze stejných důvodů. U šikmého zrcadlení si musím dát ještě pozor, aby mi na papír vyšel úběžník U3, při těchto rozměrech vyjde, takže je vše v pořádku a můžu začít. Zvolím čtyřúhelník A, B, C, D podobně jako v minulém rysu s tím rozdílem, že tento čtyřúhelník bude ležet na podstavě a bude mít větší výšku, to proto, aby byl v zrcadle vidět. Zrcadlo položím do kvádru (podstavu kvádru označím body E, F, G, H a horní stěnu body I, J, K, L) kousek směrem vpravo od čtyřúhelníku (který označím body A, B, C, D). Zase nevolím žádné přesné rozměry, musím ale zachovat vlastnosti perspektivy jako že všechny kolmice směřují do úběžníků a další. (Danou situaci zobrazuje obrázek číslo 4)



Vlastní konstrukce

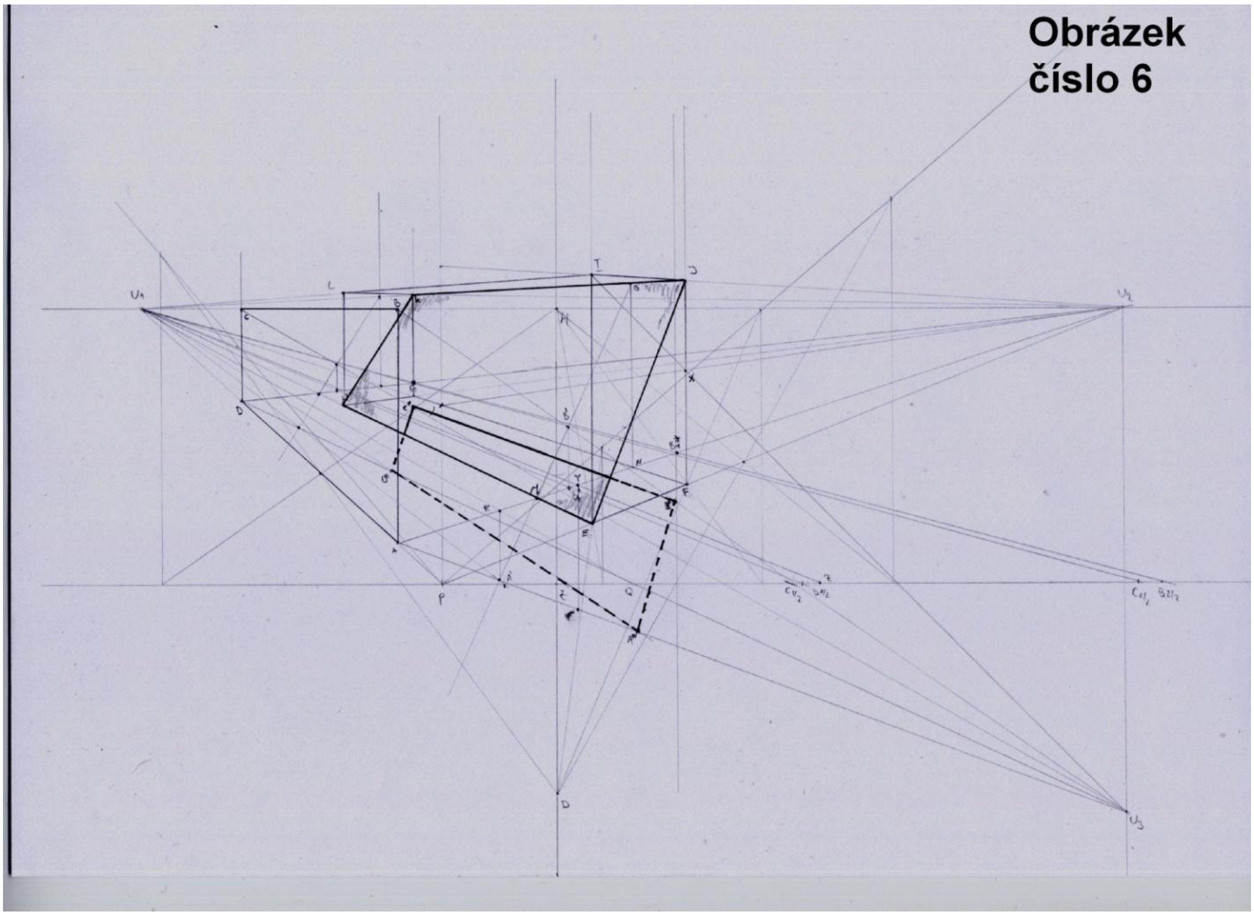
Situaci mám tedy rozvrženou a můžu se vrhnout na samotné zrcadlení. Jako první musím najít takový bod, ve kterém se sbíhají všechny kolmice dopadající na zrcadlo. Je více způsobů, jak tento bod najít, já se pokusím vést kolmici na stranu zrcadla EJ, které bude náležet bod I a budu hledat průsečík této kolmice se stranou kvádru FJ, tento průsečík budu nazývat písmenem X. Protože strana EFJI je v perspektivě zkreslená, neumím najít kolmici přímo, ale musím použít pomocného obrázku, kde si narýsuji stranu EFJI a zjistím jaká je vzdálenost bodu X od nějakého bodu, který znám a budu moci bod X narýsovat do perspektivy. Pomocný obrázek je obrázek číslo 5.

Z pomocného obrázku jsem zjistil, že vzdálenost hledaného bodu X od bodu F je v mém případě 4,25 centimetru, narýsuji tedy bod X do obrázku číslo 4. Vím tedy, že přímka IX je kolmá na přímku (hranu zrcadla) EJ. Protáhnu přímku IX, a kde mi protne kolmici na horizont vedenou z bodu U2, nachází se úběžník U3, úběžník všech kolmic dopadajících na zrcadlo.



Nejdřív budu zobrazovat bod B. Potřebuji najít, kde zobrazovaná přímka AB jakoby řeže zrcadlo, spojím tedy bod B0 (který dostanu spuštěním bodu B do půdorysu, shodou náhod mi bod B0 vychází přesně do bodu A, tudíž dál budu nazývat bod B0 jako bod A) s úběžníkem U2 a průsečíky této spojnice s přímkami EH a FG označím body M a N, z bodu N vedu kolmici k přímce JK a průsečík této kolmice s přímkou JK označím písmenem O a trojúhelník MNO je „řez“ zrcadla přímkou AB. Vím, že bod v zrcadle bude ležet někde na spojnici bodů B a U3. Místo, kde mi přímka BU3 protne stranu trojúhelníku MO označím jako B´, pokud by spojnice BU3 neprotínala přímku MO, nevadilo by to, přímku MO bych protáhl tak, aby se s BU3 protnula. Bod B´ spustím dolu na přímku MN (AU2) a označím písmenem B1. Teď potřebuji najít bod B2 takový, že bude mít vzdálenost od bodu A dvojnásobnou, než má od bodu A vzdálenost bod B1. (tento postup jsem již zmiňoval výše, nyní jen ve zkratce) Bod B2 najdu tak, že si bod A a bod B1 promítnu na základnici, například přes úběžník U1, naměřím dvojnásobnou vzdálenost a spojím zpět s bodem U3. Když teď spustím bod B2 na spojnici bodů B a U3 dostanu hledaný bod B´´ zobrazený v zrcadle. Stejnou metodou najdu body A, C i D. U bodů A a D by šel použít jednodušší způsob, jelikož body A a D leží na podstavě, tudíž nemusím brát v úvahu jejich výšku, tak je totiž nulová, ale zmiňovaná konstrukce je obecná a univerzální, tudíž platí i pro body A a D.

Nakonec ještě zjistit viditelnost, to jsem taky již zmiňoval, stejně jako u kolmého zrcadla, tak i zde bude vidět právě ta část čtyřúhelníku A´´ B´´ C´´ D´´, která náleží černě vytažené ploše zrcadla. V mém případě se viditelná část čtyřúhelníku na rysu jeví jako obdélník přibližně 1x5 centimetrů. (obrázek číslo 6 zachycuje finální podobu)



Závěr

Šikmé zrcadlení je nejsložitější zrcadlení ze všech, to proto, že šikmé zrcadlo má svůj vlastní úběžník všech kolmic. Musí se zvolit dobrá část zrcadla k nalezení úběžníku pro toto zrcadlo. Jakmile máme úběžník najitý, jedná se už jen o rutinní záležitost jak zobrazit veškeré potřebné body. V perspektivě obecně je spousta rutiny, chce to vymyslet způsob jak danou situaci řešit a pak už je to ten samý postup mnohokrát dokola.

Seznam použité literatury

1) Doc. RNDr. Jaroslav Černý, CSc., doc RNDr. Milada Kočandrlová, CSc: Konstruktivní geometrie (1998)

2) Doc. Dr. V. Havel, CSc., doc. Dr. M. Menšík: Deskriptivní geometrie

3) http://cs.wikipedia.org/wiki/Lineární_perspektiva

4) http://deskriptiva.webzdarma.cz